

УДК 624. 01

DOI <https://doi.org/10.32782/tnv-tech.2023.6.29>

## АЛЬТЕРНАТИВНИЙ РОЗРАХУНОК БУДІВЕЛЬНИХ КОНСТРУКЦІЙ НА ОСНОВІ ОБЕРТАЛЬНОГО МОМЕНТУ

**Чеканович М. Г.** – кандидат технічних наук,  
професор кафедри будівництва, архітектури та дизайну  
Херсонського державного аграрно-економічного університету  
ORCID ID: 0000-0002-9110-4109  
Scopus-Author ID: 57192938389&

Сучасне проектування будівельних конструкцій будівель та споруд потребує альтернативних методів розрахунку. Шляхом співставлення різних методів розрахунку виконується перевірка правильності проектування для конструкцій. Виходячи з поняття моменту обертання, диференціювання його по висоті перерізу знайдена методика розрахунку деформацій і напружень в перерізі конструкції балки. Такий розрахунок може слугувати як альтернативний, перевірючий у проектуванні. Також цей метод розрахунку може виступати основним

Виведені диференціальні залежності моменту сили обертання за висотою перерізу для визначення поздовжньої сили і розподіленого навантаження в перерізі. В дослідженні доведено, що диференціал від моменту обертання по висоті перерізу є поздовжня сила, а диференціал від поздовжньої сили по висоті перерізу є розподілене навантаження.

Також показано, що можна представити розподілене навантаження на торець балки, як диференціал другого порядку від обертального моменту.

Для зручності розрахунків автором розроблено таблицю для знаходження добутку епюр обертальних моментів для поширених на практиці випадків.

Як перевірючий приклад розглянуто поздовжньо стиснуту балку навантажену двома зосередженими вертикальними силами в третинах прольоту.

Для перевірки запропонованого розрахункового апарату було співставлено розраховані значення напружень і деформацій з показниками визначеними традиційним способом. За результатами розрахунків напруження і деформації, що розраховані за запропонованим методом і традиційно, ідентичні. Це підтвердило достовірність запропонованого методу розрахунку, який використовує обертальний момент як вихідний критерій.

Таким чином, класичний параметр обертальної дії сил – момент сили в точці, разом із традиційними – згинальним моментом і нормальною силою, можна використовувати для розрахунку напружень і деформацій в перерізі конструкції й отримувати точні результати розрахунків.

Доведено, що деформації та напруження в перерізі балкової конструкції можуть бути визначені на основі обертальної дії сил. Застосування запропонованого розрахункового апарату дозволяє перевірити існуючі розрахунки та виконати розрахунки конструкцій для нового проекту в будівництві.

**Ключові слова:** напруження, деформації, розрахунок, момент сили, обертання, диференціал, переріз.

### **Chekanovych M. H. Alternative calculation of building structures based on rotational moment**

Modern design of building structures of buildings and structures requires alternative methods of calculation. By comparing different calculation methods, the correctness of the design for structures is checked. Based on the concept of the moment of rotation, its differentiation by the height of the cross-section, a method of calculating deformations and stresses in the cross-section of the beam structure was found. Such a calculation can serve as an alternative, verification one in the design. Also, this calculation method can be the main one.

Differential dependences of the rotational force moment are derived along the section height to determine the longitudinal force and distributed load in the cross-section. The study proved that the differential from the rotational moment along the height of the section  $h$  is the longitudinal force, and the differential from the longitudinal force  $N$  on the height of the section  $h$  is the distributed load.

*It is also shown that it is possible to represent the distributed load on the end of the beam  $q$  as a second-order differential from the rotational moment.*

*For the convenience of calculations, the author has developed a table for finding the result of multiplying the epures of rotational moments of cases common in practice.*

*As a test example, a longitudinally compressed beam loaded by two concentrated vertical forces in the thirds of the span is considered.*

*To check the proposed design apparatus, the values of stresses and deformations were compared with those determined in the traditional way. According to the results of calculations, the stresses and deformations calculated according to the proposed method and traditional one are identical. This confirmed the validity of the proposed calculation method that uses the rotational moment as the initial criterion.*

*Thus, the classical parameter of the rotational action of forces – the moment of force at a point, together with the traditional parameters: bending moment and normal force – can be used to calculate stresses and deformations in the cross-section of the structure and obtain accurate calculation results.*

*It is proved that deformations and stresses in the cross-section of the beam structure can be determined based on the rotational action of forces. The use of the proposed design apparatus allows checking existing calculations and performing structural calculations for a new project in construction.*

**Key words:** stress, deformation, calculation, moment of force, rotation, rotational moment, differential, cross-section.

**Вступ.** Удосконалення розрахунку будівельних конструкцій, розробка альтернативних методів розрахунку, розширення границь теоретичних підходів створюють можливості для раціонального використання будівельних матеріалів, сприяють підвищенню ефективності в будівництві. Такі розрахунки базуються на фізичних законах, положеннях теоретичної і будівельної механіки, опору матеріалів та враховують властивості будівельних матеріалів та практику й досвід експлуатації будівельних конструкцій [1–3].

Впровадження нових теоретичних підходів у розрахункову практику проектування поглиблює пізнання, сприяє надійності проектування будівельних конструкцій та, в цілому, підвищує ефективність будівельного сектору економіки.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Традиційно розрахунок будівельних конструкцій виконують за двома граничними станами [1; 3]. Ці розрахунки базуються на фізичних законах, прикладних теоріях, положеннях опору матеріалів [4, с. 54] і будівельної механіки, даних властивостей будівельних матеріалів та враховують навантаження і впливи, практику експлуатації конструкцій будівель та споруд.

У відомих розрахунках конструкцій оперують поняттям згинального моменту  $M_{\text{згин}}$ . Диференціювання й інтегрування ведуть вздовж конструкції. Диференційні залежності згинального моменту встановлюють зв'язок між моментом, поперечною силою і розподіленям навантаженням. В той же час залежності не охоплюють поздовжню силу. Варіації з розрахунками близькі, оскільки виходять зі спільних вихідних положень. Тому їх альтернативність до певної міри умовна [5, с. 130–135; 6, с. 57–62; 7, с. 65–69].

**Постановка проблеми.** Сучасне проектування будівельних конструкцій будівель та споруд потребує для забезпечення надійності розрахунків альтернативних методів розрахунку. Шляхом співставлення різних методів розрахунку виконується перевірка його правильності для конструкцій. Виходячи з поняття моменту обертання і диференціювання його по висоті перерізу можна знайти методику розрахунку деформацій та напружень в перерізі конструкції балки. Такий розрахунок міг би слугувати як альтернативний, перевірочний в проектуванні. Також цей метод розрахунку може виступати основним.

**Метою дослідження** є виведення диференціальних залежностей моменту сили обертання за висотою перерізу, розробка розрахунку будівельних елементів на основі моменту обертання сили та перевірка розрахунку на прикладі балки.

**Виклад основного матеріалу дослідження.** Теоретична механіка базується на початковому понятті моментів, тобто моментів сил відносно точки (центру). За визначенням, такі моменти характеризують обертальну дію сили [8, с. 47]. Момент обертання за величиною дорівнює добутку модуля сили  $P$  на довжину плеча  $h$  і має відповідний знак.

$$M_T = \pm Ph \quad (1)$$

Розглянемо фрагмент балки з розподіленим навантаженням  $v$  і  $q$  (рис. 1). Для вертикального розподіленого навантаження  $v$  результуючою силою буде  $P$ , а для горизонтального –  $N$ .

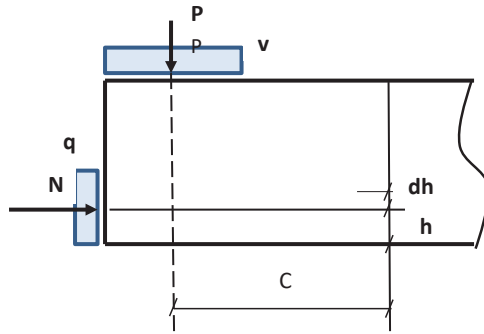


Рис. 1. Фрагмент балки з прикладеним до неї навантаженням

Обертальний момент у вибраному перерізі на відстані  $h$  від нижньої грані складе:

$$M_T = P \cdot c + N \cdot h \quad (2)$$

Диференціал від цього моменту матиме вигляд [9]:

$$\frac{dM}{dh} = 0 + N \quad (3)$$

Також можемо представити, з іншого боку, приріст моменту  $dM_T$  у разі малого приросту висоти  $dh$  у вигляді:

$$dM_T = P \cdot c + N \cdot (h + dh) - P \cdot c - N \cdot h \quad (4)$$

Після простих перетворень знайдемо:

$$dM_T = Ndh \quad (5)$$

В результаті отримаємо:

$$\frac{dM}{dh} = N \quad (6)$$

Диференціал від моменту обертання  $M_t$  по висоті перерізу  $h$  є поздовжня сила  $N$  (6).

Поздовжня сила, як результуюча від розподіленого навантаження, складає:

$$N = q \cdot h \quad (7)$$

Диференціал від поздовжньої сили має вигляд:

$$\frac{dN}{dh} = q \quad (8)$$

Диференціал від поздовжньої сили  $N$  по висоті перерізу  $h$  є розподілене навантаження  $q$  (8).

Також можна представити розподілене навантаження  $q$ , як диференціал другого порядку від обертального моменту:

$$\frac{d^2M}{dh^2} = q \quad (9)$$

Зазначимо, що обраний переріз може мати довільну орієнтацію відносно поздовжньої осі конструкції (рис. 2).

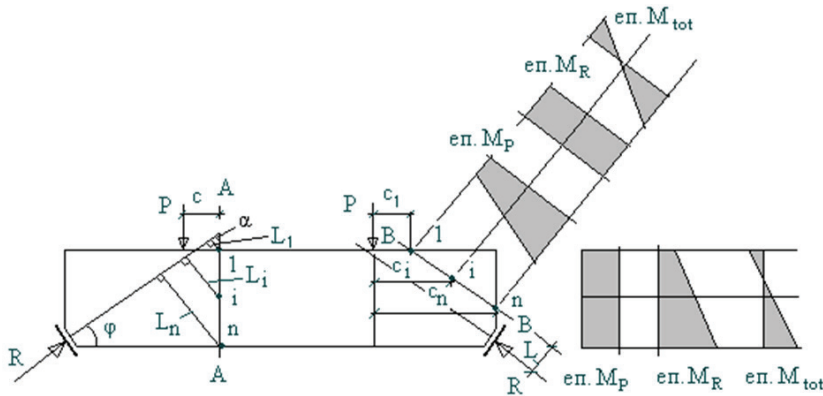


Рис. 2. Епюри обертальних моментів для вертикального і похилого перерізів

Модифіковане рівняння для визначення лінійної відносної деформації перерізу має наступний вигляд [10, с. 203]:




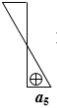
$$\varepsilon = \int_H \frac{M_{т.р} \overline{M}_h}{H \phi EI_{red}} dh = \frac{\Omega_t M_c}{H \phi EI_{red}} \quad (10)$$

Тут  $\phi$  – коефіцієнт, що враховує вплив повзучості бетону,  $\Omega_t$  – площа епюри навантажень,  $M_c$  – значення одиничної епюри в центрі ваги відповідної епюри навантажень.

Для зручності розрахунків за рівнянням (10) автором розроблено таблицю 1 для знаходження добутку епюр обертальних моментів для поширених випадків. Дані таблиці дійсні для перерізів конструкції з постійною жорсткістю.

Таблиця 1

**Добуток епюр обертальних моментів**

Епюри М <sub>к</sub> Епюри М <sub>т,р</sub>	1	Н	b <sub>1</sub>
	$\frac{H^2 a_1}{3}$	$-\frac{H^2 a_1}{6}$	$-\frac{H^2 a_2 (2b_2 - b_1)}{6}$
	$-\frac{H^2 a_2}{6}$	$-\frac{H^2 a_2}{3}$	$\frac{H^2 a_2 (-2b_1 + b_2)}{6}$
	$\frac{H^2 (2a_3 - a_4)}{6}$	$\frac{H^2 (2a_4 - a_3)}{6}$	$\frac{H [-b_1 (2a_4 + a_3) + b_2 (2a_3 + a_4)]}{6}$
	$-\frac{H^2 (2a_5 - a_6)}{6}$	$\frac{H^2 (-2a_6 + a_5)}{6}$	$\frac{H [-b_1 (2a_6 + a_5) + b_2 (2a_5 + a_6)]}{6}$

Як перевірочний приклад розглянемо поздовжньо стиснуту балку навантажену двома зосередженими силами в третинах прольоту (рис. 3). Для балки показана епюра згинального моменту  $M_{згин}$  на рис. 3.

Епюри моментів сили та епюри деформацій і напружень представлені на рис. 4. Розрахунок параметрів моментів для цих епюр наведений нижче:

$$M_{т1} = P \cdot a = -4 \cdot 9 = -36$$

$$M_{т2} = 3N h = 2 \cdot 3 \cdot 1.5 = 9$$

$$M_{т3} = N \cdot h = 2 \cdot (-1.5) = -3$$

$$M_{тв} = M_{т1} + M_{т2} = -36 + 9 = -27$$

$$M_{тн} = M_{т1} + M_{т3} = -36 - 3 = -39$$

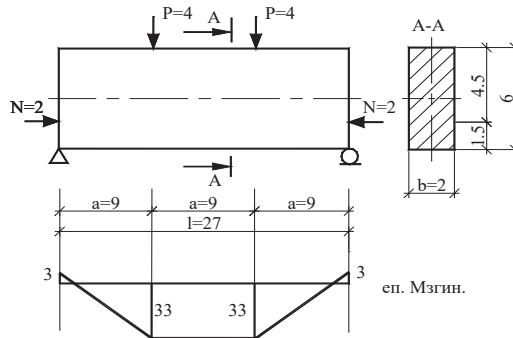


Рис. 3. Схема навантаження та еюра сумарного згинального моменту

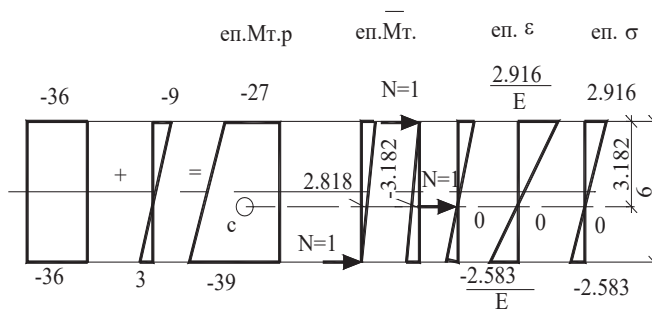


Рис. 4. Еюри моментів сили та еюри деформацій і напружень

Площа еюри навантажень складає:

$$\Omega_T = \frac{M_{TB} + M_{TH}}{2} \cdot H = \frac{-27 - 39}{2} \cdot 6 = 198$$

По центру ваги еюри навантажень – С значення одиничного моменту у першому випадку – 2.818, у другому випадку – 3,182 (див. рис. 4). Момент інерції даного прямокутного поперечного перерізу балки становить –  $I = 36$ . Напруження верхнього волокна складає:

$$\sigma_B = \frac{-198 \cdot (-3.182)}{6 \cdot 36} = 2.916$$

Для нижньої грані напруження нижнього волокна складає:

$$\sigma_H = \frac{-198 \cdot 2.818}{6 \cdot 36} = -2.583$$

По центру ваги еюри навантажень напруження мають нульове значення –  $\sigma_C = 0$ . Лінійні відносні деформації фібрових волокон:

$$\varepsilon_B = \frac{\sigma_B}{E} = \frac{2.916}{E}$$

і

$$\varepsilon_{\text{н}} = \frac{\sigma_{\text{н}}}{E} = \frac{-2.583}{E}$$

Для перевірки запропонованого розрахункового апарату співставимо отримані значення напружень і деформацій, з параметрами визначеними традиційним способом.

$$\sigma = \frac{N}{F_{\text{ред}}} \pm \frac{M_{\text{згин}}}{I_{\text{ред}}} y \quad (11)$$

Згідно з наведеним вище рівнянням (12), фіброві напруження становлять:

$$\sigma = \frac{2}{2 \cdot 6} \pm \frac{33}{12} = \frac{2 \pm 33}{12}$$

На верхній фібрі напруження стиску –  $\sigma_{\text{в}} = 2.917$ . На нижній фібрі напруження розтягу –  $\sigma_{\text{н}} = -2.583$ . Відповідно відносні фіброві деформації становлять:

$$\varepsilon_{\text{в}} = \frac{2.917}{E}$$

і

$$\varepsilon_{\text{н}} = \frac{-2.583}{E}$$

Як впливає з розрахунків, напруження і деформації, що розраховані за запропонованим методом та традиційно, ідентичні. Це підтверджує достовірність запропонованого методу розрахунку, який використовує обертальний момент як початковий, вихідний критерій. Таким чином, класичний параметр обертальної дії сил – момент сили в точці, разом із традиційними – згинальним моментом і нормальною силою, можна використовувати для розрахунку напружень і деформацій в перерізі конструкції й отримувати точні результати розрахунків. Запропонований метод також може бути використаний для перевірочних розрахунків конструкцій. У запропонованому розрахунку немає необхідності визначати положення нейтральної лінії для визначення моментів, напружень і деформацій в конструкції.

**Висновки і пропозиції.** Виведені диференціальні залежності моменту сили обертання за висотою перерізу для визначення поздовжньої сили і розподіленого навантаження в перерізі конструкції. Доведено, що деформації та напруження в перерізі балкової конструкції можуть бути визначені на основі обертальної дії сил. Момент сили в точці, разом із традиційними параметрами – згинальним моментом і нормальною силою, можна використовувати як вихідний параметр для розрахунку напружень і деформацій в перерізі конструкції.

Застосування запропонованого розрахункового апарату дозволяє перевірити існуючі розрахунки та виконати розрахунки конструкцій для нового проекту в будівництві.

### СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ:

1. Eurocode 2: Design of Concrete Structures. Part 1-1: General rules and rules for building: EN 1992-1. Brussels: CEN, 2004. P.30-82.
2. Leonhard F. "Spannbeton" für die Praxis. Wyd.3. Ernst u. Sohn, Berlin-München-Dusseldorf, 1973, 246 p. 4.

3. Бабич Є.М., Бабич В.Є. Розрахунок і конструювання залізобетонних балок: навчальний посібник/ Є.М. Бабич, В.Є. Бабич. 2-ге видання, перероблене і доповнене. Рівне: НУВГП, 2017. С. 19-62.
4. Писаренко Г.С., Квітка О.Л., Уманський Е.С. Опір матеріалів. К.: Вища шк., 1993. С. 54.
5. High performance concrete structures/ M. Chekanovych //Life cycle assessment, behavior and properties of concrete and concrete structures. Proceeding of International Conference. 2004, Brno, Czech Republic, P. 130-135.
6. Чеканович М. Г. Метод попереднього напруження залізобетонних конструкцій, що підвищує їх міцність. *Таврійський науковий вісник. Серія: Технічні науки. Херсон : Видавничий дім «Гельветика», 2022. Вип. 2. С. 57-62.*
7. M Chekanovych Stress-Strain state of reinforced concrete beams strengthened with a flexible rod-roller system. AIP Conference Proceedings, 2023. С.65-69.
8. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики. 8-е изд. М.: Наука, 1972, С. 47.
9. Свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір № 55568 України. Науково-технічний твір «Теорема про диференціальний зв'язок між обертальним моментом, поздовжньою силою та інтенсивністю розподіленого навантаження» / Автор – М. Г. Чеканович, Державна служба інтелектуальної власності України. Дата реєстрації 11.07.2014.
10. Чеканович, М. Г. Теорема для розрахунку будівельних конструкцій. *Таврійський науковий вісник. Серія: Технічні науки, Херсон : Видавничий дім «Гельветика», 2023. Вип. 5. С. 199-204. <https://doi.org/10.32782/tnv-tech.2023.5.24>*

#### REFERENCES:

1. Eurocode 2: Design of Concrete Structures. Part 1-1: General rules and rules for building: EN 1992-1. Brussels: CEN, 2004. P. 30-82.
2. Leonhard F. "Spannbeton" für die Praxis. Wyd.3. Ernst u. Sohn, Berlin-München-Dusseldorf, 1973, 246 p. 4.
3. Babych Ye.M., Babych V.Ie. (2017) Rozrakhunok i konstruiuvannya zalizobetonnykh balok: navchalnyi posibnyk/ Ye.M. Babych, V.Ie. Babych. 2-he vydannya, pereroblene i dopovnene.-Rivne: NUVHP, S. 19-62.
4. Pysarenko H.S., Kvitka O.L., Umanskyi E.S. (1993) Opir materialiv. K.: Vyshcha shk., S. 54.
5. High performance concrete structures/ M. Chekanovych //Life cycle assessment, behavior and properties of concrete and concrete structures. Proceeding of International Conference. 2004, Brno, Czech Republic, P. 130-135.
6. Chekanovych M. H. (2022) Metod poperednoho napruzhennia zalizobetonnykh konstruktsii, sheho pidvyshchuie yikh mitsnist. Tavriiskyi naukovyi visnyk. Seriiia: Tekhnichni nauky. Kherson : Vydavnychiy dim «Helvetyka», Vyp. 2. S. 57-62.
7. Chekanovych M. (2023) Stress-Strain state of reinforced concrete beams strengthened with a flexible rod-roller system - AIP Conference Proceedings, S. 65-69.
8. Tarh S.M. (1972) Kratkyi kurs teoreticheskoi mekhaniky. 8-e yzd. M.: Nauka, S. 47.
9. Svidotstvo pro reiestratsiiu avtorskoho prava na tvir № 55568 Ukrainy. Naukovo-tekhnichnyi tvir «Teoremy pro dyferentsialnyi zviazok mizh obertalnym momentom, pozdovzhnoiu syloiu ta intensyvniстю rozpodilenoho navantazhennia» / Avtor – M. H. Chekanovych, Derzhavna sluzhba intelektualnoi vlasnosti Ukrainy. Data reiestratsii 11.07.2014.
10. Chekanovych, M. H. Teorema dlia rozrakhunku budivelnykh konstruktsii. Tavriiskyi naukovyi visnyk. Seriiia: Tekhnichni nauky, Kherson : Vydavnychiy dim «Helvetyka», 2023. Vyp. 5. S. 199-204. <https://doi.org/10.32782/tnv-tech.2023.5.24>