

УДК 004.942;519.6

DOI <https://doi.org/10.32851/tnv-tech.2021.3.6>

МЕТОД МОДЕЛЮВАННЯ РУХУ ТЕМПЕРАТУРНОГО ФРОНТУ ЗА НЕІЗОТЕРМІЧНОЇ ФІЛЬТРАЦІЇ

Фуртат І.Е. – кандидат технічних наук,
доцент кафедри теплоенергетики теплоенергетичного факультету
Національного технічного університету України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
ORCID ID: 0000-0002-2197-8150

Фуртат Ю.О. – кандидат технічних наук,
старший науковий співробітник відділу моделювання
енергетичних процесів і систем
Інституту проблем моделювання в енергетиці імені Г.Є. Пухова
Національної академії наук України
ORCID ID: 0000-0002-0775-5460

Динаміка об'єктів з розподіленими параметрами описується диференціальними рівняннями в частинних похідних параболічного типу, які з крайовими умовами є математичними моделями багатьох нестационарних нелінійних процесів. Математичними моделями тепломасопереносу є системи рівнянь параболічного типу з такими ж граничними умовами.

Усі реальні процеси, як правило, є нелінійними. Вибір оптимального методу розв'язання тієї або іншої задачі теорії поля і технічного засобу для її реалізації є складним питанням.

У наш час найбільше поширення при математичному моделюванні складних об'єктів з розподіленими параметрами одержали методи дискретизації математичної моделі шляхом просторово-тимчасового квантування. Представлення математичної моделі об'єктів з розподіленими параметрами системами звичайних диференціальних або алгебраїчних рівнянь дозволяє моделювати їх на аналогових і цифрових обчислювальних машинах.

Можна прийняти, що час роботи циркуляційної системи обмежений часом досягнення температурним фронтом експлуатаційної свердловини. Проведеними дослідженнями [1] встановлено, що теплоприток від гірського масиву, що оточує шар, у реальних пластових умовах не виявляє істотного впливу на час роботи циркуляційної системи в постійному температурному режимі. Тому в розрахунках теплопритоком нехтуємо. У добуванні геотермальної енергії має місце напірна фільтрація, при якій величина μ має значення порядку 10^{-6} м^2 . У зв'язку з цим система виходить на стаціонарний режим за час, малий у порівнянні з часом її роботи.

У статті пропонується метод моделювання руху температурного фронту з використанням диференціальної моделі з переходом до кінцево-різницевої. Після обчислення першого наближення значення швидкості руху холодної води це значення уточнюється з використанням ітерацій за різними параметрами моделі.

Ключові слова: математична модель, температурний фронт, теплоносій.

Furtat I.E., Furtat Yu.O. Method of simulation of temperature front movement during non-isothermal filtration

The dynamics of objects with distributed parameters is described by differential equations in partial derivatives of the parabolic type, which with boundary conditions are mathematical models of many nonstationary nonlinear processes. Mathematical models of heat and mass transfer are systems of equations of parabolic type with the same boundary conditions.

All real processes are usually nonlinear. The choice of the optimal method for solving a problem of field theory and technical means for its implementation is a difficult question.

At this time, the most widespread in the mathematical modeling of complex objects with distributed parameters are methods of discretization of the mathematical model by space-temporal

quantization. The representation of a mathematical model of objects with distributed parameters by systems of ordinary differential or algebraic equations allows to model them on analog and digital computers.

Let's assume that the operating time of the circulation system is limited by the time of reaching the temperature front of the production well. Studies [1] have shown that the heat flow from the surrounding massif in real formation conditions does not show a significant effect on the operation of the circulating system at a constant temperature. Therefore, in the calculations of heat flow is neglected. In the production of geothermal energy there is a pressure filtration, in which the value of μ has a value of about 10^{-6} m^2 . In this regard, the system goes into steady state for a short time compared to the time of its operation.

A method is proposed in this article for modeling the motion of a temperature front using a differential model with a transition to finite-difference model. After calculating the first approximation of the value of the speed of cold water, this value is refined using iterations for different parameters of the model.

Key words: mathematical model, temperature front, heat transfer agent.

Моделювання руху температурного фронту. Якщо припустити, що температура рідини змінюється стрибкоподібно від $T_{\text{гар}}$ – температури гарячої води до $T_{\text{хол}}$ – температури холодної води, то границя Γ переходу від однієї температури до іншої являє собою температурний фронт. Коефіцієнт фільтрації (у загальному випадку може бути кусочно-постійним, тобто залежати від координат) при переході через границю Γ змінюється від $K_{\text{гар}}$ – коефіцієнта фільтрації гарячої води до $K_{\text{хол}}$ – коефіцієнта фільтрації холодної води.

Пропонується викладений нижче метод моделювання руху температурного фронту, заснований на нерозривності потоку рідини на границі Γ :

$$-K_{\text{хол}} \left. \frac{\partial H_{\text{хол}}}{\partial n} \right|_{\Gamma} = -K_{\text{гар}} \left. \frac{\partial H_{\text{гар}}}{\partial n} \right|_{\Gamma}.$$

З урахуванням всього сказаного вище і вважаючи потужність шару величиною кусочно-постійною, від вихідної системи диференціальних рівнянь [2, (1)-(2)] переходимо до такої системи рівнянь:

$$K_{\text{хол}} m \frac{\partial^2 H_{\text{хол}}}{\partial x^2} + K_{\text{хол}} m \frac{\partial^2 H_{\text{хол}}}{\partial y^2} = 0, \quad (1)$$

$$K_{\text{гар}} m \frac{\partial^2 H_{\text{гар}}}{\partial x^2} + K_{\text{гар}} m \frac{\partial^2 H_{\text{гар}}}{\partial y^2} = 0. \quad (2)$$

Зробимо дискретизацію по просторі системи рівнянь (1) і (2) з використанням кінцево-різницевої схем. Тоді система рівнянь для вузла i, j у кінцево-різницевої формі буде мати вигляд:

$$\frac{K_{\text{хол}} m}{h^2} \left[(H_{i+1,j}^{\text{хол}} - H_{i,j}^{\text{хол}}) + (H_{i-1,j}^{\text{хол}} - H_{i,j}^{\text{хол}}) + (H_{i,j+1}^{\text{хол}} - H_{i,j}^{\text{хол}}) + (H_{i,j-1}^{\text{хол}} - H_{i,j}^{\text{хол}}) \right] = 0;$$

$$\frac{K_{\text{гар}} m}{h^2} \left[(H_{i+1,j}^{\text{гар}} - H_{i,j}^{\text{гар}}) + (H_{i-1,j}^{\text{гар}} - H_{i,j}^{\text{гар}}) + (H_{i,j+1}^{\text{гар}} - H_{i,j}^{\text{гар}}) + (H_{i,j-1}^{\text{гар}} - H_{i,j}^{\text{гар}}) \right] = 0.$$

Введемо масштаб $H = K_H U + H_{\text{мін}}$, одержимо:

$$\frac{K_{\text{хол}} m}{h^2} (U_{i+1,j}^{\text{хол}} + U_{i-1,j}^{\text{хол}} + U_{i,j+1}^{\text{хол}} + U_{i,j-1}^{\text{хол}} - 4U_{i,j}^{\text{хол}}) = 0; \quad (3)$$

$$\frac{K_{\text{гар}} m}{h^2} (U_{i+1,j}^{\text{гар}} + U_{i-1,j}^{\text{гар}} + U_{i,j+1}^{\text{гар}} + U_{i,j-1}^{\text{гар}} - 4U_{i,j}^{\text{гар}}) = 0. \quad (4)$$

Закон Кірхгофа для вузла i, j резистивної сітки запишеться в такий спосіб:

$$\frac{1}{R_{xol}} \left(U_{i+1,j}^{xol} + U_{i-1,j}^{xol} + U_{i,j+1}^{xol} + U_{i,j-1}^{xol} - 4U_{i,j}^{xol} \right) = 0; \quad (5)$$

$$\frac{1}{R_{zap}} \left(U_{i+1,j}^{zap} + U_{i-1,j}^{zap} + U_{i,j+1}^{zap} + U_{i,j-1}^{zap} - 4U_{i,j}^{zap} \right) = 0. \quad (6)$$

З рівнянь (3)–(6) можна одержати такі вирази для опорів сітки і струмів, що моделюють витрату рідини:

$$R_{xol} = \frac{K_R}{K_{xol} m}, R_{zap} = \frac{K_R}{K_{zap} m}, i = \frac{QU}{HK_{zap} m R_{zap}}.$$

Радіальний характер плинущу рідини біля свердловин враховується додатковим опором, який визначається за формулою:

$$R_{oon} = R \left(\frac{1}{2\pi} l_n \frac{h}{r_{сверд}} - \frac{1}{n} ctg \frac{\pi}{n} \right).$$

Методику моделювання системи рівнянь (1)–(2) на сітковій моделі розглянемо на прикладі п'ятиточечної схеми розміщення свердловин, причому кількість вузлів між свердловинами не відіграє ролі для реалізації методу. Через симетрію задачі розглядається 1/8 частина блоку.

Параметри руху температурного фронту. Визначальною є швидкість бігу води уздовж головної лінії течії в напрямку вузлів сітки $i, j - i+1, j+1 - \dots - i+n, j+n$ тощо). Визначається швидкість руху води для конкретної розглянутої ділянки за формулою:

$$v_{zap}^{i,j;i+1,j+1} = \frac{K_{zap} \Delta U_{zap}^{i,j;i+1,j+1} K_H}{lp},$$

де i, j – індекси вузлових крапок; $\Delta U_{zap}^{i,j;i+1,j+1}$ – різниця потенціалів між відповідними вузловими точками; K_H – масштаб розмірності функції напорів; l – відстань між відповідними вузловими точками.

За швидкістю руху теплоносія визначається швидкість просування температурного фронту на вказаній ділянці:

$$v_T^{i,j;i+1,j+1} = \frac{v_{zap}^{i,j;i+1,j+1}}{f},$$

де f – коефіцієнт, що враховує зменшення швидкості просування температурного фронту в порівнянні з гідродинамічною швидкістю руху рідини. Коефіцієнт f визначається за такою залежністю:

$$f = \frac{c_0 \rho_0 (1-p) + c \rho p}{c_0 \rho_0 (1-p)} = 1 + \frac{c \rho p}{c_0 \rho_0 (1-p)}.$$

Тоді час руху температурного фронту по розглянутій ділянці визначається за формулою:

$$t^{i,j;i+1,j+1} = \frac{fl}{v_{zap}^{i,j;i+1,j+1}}.$$

Швидкості бігу води в напрямку Y уздовж усього сформованого на попередній момент часу температурного фронту визначається по формулах:

а) якщо рух у напрямку Y починається з вузлової точки

$$v_y^{i,j;i,j+1} = \frac{K_{zap} \Delta U_{zap}^{i,j;i,j+1}}{hp},$$

де $\Delta U_{zap}^{i,j;i,j+1}$ – різниця потенціалів між відповідними вузловими точками, h – крок сітки;

б) якщо рух холодної води починається між вузловими точками

$$v_y^{i,j;i,j+1} = \frac{K_{хол} \Delta U_y^{i,j;i,j+1} K_H (R_{хол,y}^{i,j;i,j+1})'}{p (l_{хол,y}^{i,j;i,j+1})'_p (R_y^{i,j;i,j+1})'},$$

де $(R_{хол,y}^{i,j;i,j+1})'$ – опір ділянки холодної води між відповідними вузловими точками на попередній момент часу по осі Y , $(R_y^{i,j;i,j+1})'$ – опір усієї ділянки води між відповідними вузловими точками на попередній момент часу по осі Y , $(l_{хол,y}^{i,j;i,j+1})'_p$ – відстань, пройдена холодною водою на попередній момент часу.

За швидкостями, з урахуванням часу, знаходяться відстані, пройдені тепловим фронтом в напрямку Y

$$l_{хол,y}^{i,j;i,j+1} = \frac{v_y^{i,j;i,j+1} t^{i,j;i+1,j+1}}{f} + (l_{хол,y}^{i,j;i,j+1})'_p.$$

Якщо $l_{хол,y}^{i,j;i,j+1} > h$, визначаємо час досягнення тепловим фронтом точки

$$t_y^{i,j;i,j+1} = \frac{f \left[h - (l_{хол,y}^{i,j;i,j+1})'_p \right]}{v_y^{i,j;i,j+1}},$$

а також

$$\Delta t_y^{i,j;i,j+1} = t_y^{i,j;i+1,j+1} - t_y^{i,j;i,j+1}.$$

Потім визначаємо швидкість води на наступній ділянці по осі Y :

$$v_y^{i,j+1;i,j+2} = \frac{K_{zap} \Delta U_{y,zap}^{i,j+1;i,j+2} K_H}{ph}.$$

Пройдена на цій ділянці відстань визначається як

$$l_{хол,y}^{i,j+1;i,j+2} = \frac{v_y^{i,j+1;i,j+2} \Delta t_y^{i,j;i,j+1}}{f}$$

тощо. Потім формуємо фронт холодної води.

За конфігурацією теплового фронту на даний момент часу визначаються опори електричної сітки в напрямках Y і X за формулами:

$$R_y^{i,j,i,j+1} = R_{хол,y}^{i,j,i,j+1} + R_{гар,y}^{i,j,i,j+1} = R_{зоп} \left(\frac{K_{зоп} \left(l_{хол,y}^{i,j,i,j+1} \right)_p}{K_{хол} h} + \frac{l_{зоп,y}^{i,j,i,j+1}}{h} \right);$$

$$R_x^{i,j,i+1,j} = \frac{R_{хол,x}^{i,j,i+1,j} \cdot R_{зоп,x}^{i,j,i+1,j}}{R_{хол,x}^{i,j,i+1,j} + R_{зоп,x}^{i,j,i+1,j}} = \frac{R_{зоп} \frac{K_{зоп}}{K_{хол}} h}{\left(F_{хол,x}^{i,j,i+1,j} \right)_p + \frac{K_{зоп}}{K_{хол}} F_{зоп,x}^{i,j,i+1,j}},$$

де $R_y^{i,j,i,j+1}$ й $R_x^{i,j,i+1,j}$ – опори всієї ділянки між відповідними вузловими точками (на даний момент часу) по осях Y і X відповідно, $\left(l_{хол,y}^{i,j,i,j+1} \right)_p$ – реальна відстань, зайнята холодною водою, обумовлена конфігурацією теплового фронту, $R_{хол,y}^{i,j,i,j+1}$ і $R_{хол,x}^{i,j,i+1,j}$ – опори ділянок холодної води між відповідними вузловими точками (на даний момент часу) по осях Y і X відповідно, $l_{зоп,y}^{i,j,i,j+1}$ – відстань, зайнята гарячою водою між відповідними вузловими точками (на даний момент часу) по осі Y , $l_{зоп,y}^{i,j,i,j+1} = h - \left(l_{хол,y}^{i,j,i,j+1} \right)_p$, $\left(F_{хол,x}^{i,j,i+1,j} \right)_p$ – поперечний переріз, зайнятий холодною водою на ділянці, що моделюється розглянутим X опором (на даний момент часу), $F_{зоп,x}^{i,j,i+1,j}$ – поперечний переріз, зайнятий гарячою водою на ділянці, що моделюється розглянутим X опором (на даний момент часу), $F_{зоп,x}^{i,j,i+1,j} = h - \left(F_{хол,x}^{i,j,i+1,j} \right)_p$.

Проводиться зміна значень зазначених опорів на моделі.

Перераховується швидкість бігу води уздовж головної лінії течії по холодній воді за формулою

$$\left(v_{хол}^{i,j,i+1,j+1} \right)^* = \frac{K_{хол} \left(\Delta U_{хол}^{i,j,i+1,j+1} \right)^* K_H}{l_p},$$

де $\left(\Delta U_{хол}^{i,j,i+1,j+1} \right)^*$ – різниця потенціалів між відповідними вузловими точками.

Якщо швидкість води, визначена по холодній воді, збігається зі швидкістю води, визначеною по гарячій воді, то це дійсне значення швидкості, і всі отримані дані не мають потреби в коригуванні. Якщо ж значення швидкостей, визначених по гарячій і холодній воді, відрізняються між собою, то знаходиться деяка швидкість по формулі

$$\left(v_{хол}^{i,j,i+1,j+1} \right)_1 = \frac{v_{зоп}^{i,j,i+1,j+1} + \left(v_{хол}^{i,j,i+1,j+1} \right)^*}{2}.$$

Потім проводяться ітерації аж до повного збігу $\left(v_{хол}^{i,j,i+1,j+1} \right)_n$ і $\left(v_{хол}^{i,j,i+1,j+1} \right)_n^*$, де n – номер ітерації.

Порядок проведення ітерацій для визначення швидкості холодної води:

1.1. Перша ітерація. Визначення швидкості бігу води вздовж головної лінії течії.

$$\left(v_{хол}^{i,j,i+1,j+1} \right)_1 = \frac{v_{зоп}^{i,j,i+1,j+1} + \left(v_{хол}^{i,j,i+1,j+1} \right)^*}{2}.$$

1.1. n-а ітерація

$$\left(v_{хол}^{i,j,i+1,j+1} \right)_n = \frac{\left(v_{хол}^{i,j,i+1,j+1} \right)_{n-1} + \left(v_{хол}^{i,j,i+1,j+1} \right)_{n-1}^*}{2}.$$

2.1. Перша ітерація. Час проходження водою відповідної ділянки.

$$t_1^{i,j;i+1,j+1} = \frac{fl}{(v_{хол}^{i,j;i+1,j+1})_1}.$$

2.n. n-а ітерація

$$t_n^{i,j;i+1,j+1} = \frac{fl}{(v_{хол}^{i,j;i+1,j+1})_n}.$$

3.1. Перша ітерація. Визначення швидкості бігу воду в напрямку Y.

$$(v_y^{i,j;i,j+1})_1 = \frac{K_{хол} (\Delta U_{хол}^{i,j;i,j+1})_1 K_H R_{хол,y}^{i,j;i,j+1}}{p (l_{хол,y}^{i,j;i,j+1})_p R_y^{i,j;i,j+1}}.$$

3.n. n-а ітерація

$$(v_y^{i,j;i,j+1})_n = \frac{K_{хол} (\Delta U_{хол}^{i,j;i,j+1})_n K_H (R_{хол,y}^{i,j;i,j+1})_{n-1}}{p (l_{хол,y}^{i,j;i,j+1})_{n-1,p} (R_y^{i,j;i,j+1})_{n-1}}.$$

4.1. Перша ітерація. Визначення відстаней, пройдених тепловим фронтом між відповідними вузловими точками.

$$(l_{хол,y}^{i,j;i,j+1})_1 = \frac{(v_y^{i,j;i,j+1})_1 (t^{i,j;i+1,j+1})_1}{f} + (l_{хол,y}^{i,j;i,j+1})'_p.$$

Якщо $(l_{хол,y}^{i,j;i,j+1})_1 > h$, то

$$(t_y^{i,j;i,j+1})_1 = \frac{f \left[h - (l_{хол,y}^{i,j;i,j+1})'_p \right]}{(v_y^{i,j;i,j+1})_1},$$

$$(\Delta t_y^{i,j;i,j+1})_1 = (t^{i,j;i+1,j+1})_1 - (t_y^{i,j;i,j+1})_1,$$

$$(v_y^{i,j+1;i,j+2})_1 = \frac{K_{хол} (\Delta U_y^{i,j+1;i,j+2})_1 K_H R_{хол}^{i,j+1;i,j+2}}{p (l_{хол,y}^{i,j+1;i,j+2})_p R_y^{i,j+1;i,j+2}},$$

$$(l_{хол,y}^{i,j+1;i,j+2})_1 = \frac{(v_y^{i,j+1;i,j+2})_1 (\Delta t_y^{i,j;i,j+1})_1}{f}.$$

4.n. n-а ітерація

$$(l_{хол,y}^{i,j;i,j+1})_n = \frac{(v_y^{i,j;i,j+1})_n (t^{i,j;i+1,j+1})_n}{f} + (l_{хол,y}^{i,j;i,j+1})'_p.$$

Якщо $(l_{хол,y}^{i,j;i,j+1})_n > h$, то

$$(t_y^{i,j;i,j+1})_n = \frac{f \left[h - (l_{хол,y}^{i,j;i,j+1})'_p \right]}{(v_y^{i,j;i,j+1})_n},$$

$$\begin{aligned}(\Delta t_y^{i,j;i,j+1})_n &= (t_y^{i,j;i+1,j+1})_n - (t_y^{i,j;i,j+1})_n, \\(v_y^{i,j+1;i,j+2})_n &= \frac{K_{хол} (\Delta U_y^{i,j+1;i,j+2})_n K_H (R_{хол}^{i,j+1;i,j+2})_{n-1}}{p (l_{хол,y}^{i,j+1;i,j+2})_{n-1} (R_y^{i,j+1;i,j+2})_{n-1}}, \\(l_{хол,y}^{i,j+1;i,j+2})_n &= \frac{(v_y^{i,j+1;i,j+2})_n (\Delta t_y^{i,j;i,j+1})_n}{f}.\end{aligned}$$

5.1. Перша ітерація. За конфігурацією теплового фронту води на даний момент часу визначаються опори електричної сітки в напрямках Y і X .

$$\begin{aligned}(R_y^{i,j;i,j+1})_1 &= (R_{хол,y}^{i,j;i,j+1})_1 + (R_{zap,y}^{i,j;i,j+1})_1 = \frac{K_{zap} (l_{хол,y}^{i,j;i,j+1})_{p,1}}{K_{хол} h} + \frac{(l_{хол,y}^{i,j;i,j+1})_1}{h}; \\(R_x^{i,j;i+1,j})_1 &= \frac{(R_{хол,x}^{i,j;i+1,j})_1 \cdot (R_{zap,x}^{i,j;i+1,j})_1}{(R_{хол,x}^{i,j;i+1,j})_1 + (R_{zap,x}^{i,j;i+1,j})_1} = \frac{\frac{K_{zap} h}{K_{хол}}}{(F_{хол,x}^{i,j;i+1,j})_{p,1} + \frac{K_{zap}}{K_{хол}} (F_{zap,x}^{i,j;i+1,j})_1}.\end{aligned}$$

5.n. n-я ітерація

$$\begin{aligned}(R_y^{i,j;i,j+1})_n &= (R_{хол,y}^{i,j;i,j+1})_n + (R_{zap,y}^{i,j;i,j+1})_n = \frac{K_{zap} (l_{хол,y}^{i,j;i,j+1})_{p,n}}{K_{хол} h} + \frac{(l_{хол,y}^{i,j;i,j+1})_n}{h}; \\(R_x^{i,j;i+1,j})_1 &= \frac{(R_{хол,x}^{i,j;i+1,j})_n \cdot (R_{zap,x}^{i,j;i+1,j})_n}{(R_{хол,x}^{i,j;i+1,j})_n + (R_{zap,x}^{i,j;i+1,j})_n} = \frac{\frac{K_{zap} h}{K_{хол}}}{(F_{хол,x}^{i,j;i+1,j})_{p,n} + \frac{K_{zap}}{K_{хол}} (F_{zap,x}^{i,j;i+1,j})_{p,n}}.\end{aligned}$$

6.1. Перша ітерація. Перераховується швидкість бігу води уздовж головної лінії струму.

$$(v_{хол}^{i,j;i+1,j+1})_1^* = \frac{K_{хол} (\Delta U^{i,j;i+1,j+1})_1^* K_H}{ph}.$$

Проводиться порівняння зі швидкістю, отриманою в п. 1.1 і, якщо між ними є розбіжність, визначається середня швидкість.

$$(v_{хол}^{i,j;i+1,j+1})_2^* = \frac{(v_{хол}^{i,j;i+1,j+1})_1^* + (v_{хол}^{i,j;i+1,j+1})_1^*}{2}.$$

6.n. n-я ітерація

$$(v_{хол}^{i,j;i+1,j+1})_n^* = \frac{K_{хол} (\Delta U^{i,j;i+1,j+1})_n^* K_H}{ph}.$$

Проводиться порівняння зі швидкістю, отриманою в п. 1.n і, якщо між ними є розбіжність, визначається середня швидкість.

$$\left(v_{хол}^{i,j;i+1,j+1}\right)_{n+1}^* = \frac{\left(v_{хол}^{i,j;i+1,j+1}\right)_n + \left(v_{хол}^{i,j;i+1,j+1}\right)_n^*}{2}.$$

Коли в результаті ітерацій знайдене істинне значення швидкості, переходимо на наступний часовий крок.

Висновки. Диференціальні або кінцево-різницеві моделі дозволяють ефективно визначити параметри руху температурного фронту в оточуючих породах з достатньою точністю. Але у випадку ускладнення конфігурації фронту або області тепломасопереносу починають виникати похибки вхідних даних та обчислень, що можуть суттєво впливати на точність кінцевого результату. Для зменшення таких помилок для задач моделювання руху тепературного фронту розглядається можливість переходу до інтегро-диференціальних або інтегральних моделей.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ:

1. Лялько В.И., Митник М.М. Исследование процессов переноса тепла и вещества в земной коре. Київ : «Наукова думка», 1976. 152 с.
2. Фуртат И.Э., Фуртат Ю.О. Теплоперенос в подземных проницаемых пластах. *Current Issues and Prospects for the Development of Scientific Research*: матеріали III Міжнародної науково-практичної конференції (м. Орлеан, Франція, 19–20 серпня 2021 р.) Орлеан: Epi, 2021. С. 379–392.

REFERENCES:

1. V.I. Lialko & M.M. Mitnik (1976) Issledovanie processov perenosa tepla i veshhestva v zemnoj kore [Research of Heat and Matter Transfer Processes in the Earth's Crust]. Kyiv: "Naukova dumka" [in Russian].
2. Furtat I.E. & Furtat Yu.O. (2021) Teploperenos v podzemnyh pronicaemyh plastah [Heat Transfer in Permeable Subterranean Reservoirs]. Proceedings of the 3rd International Scientific and Practical Conference «Current Issues and Prospects for the Development of Scientific Research» (August 19–20, 2021). Orléans, France: Epi [in Russian].