

УДК 519.1:004.2

DOI <https://doi.org/10.32782/tnv-tech.2024.2.11>

## ЗАСТОСУВАННЯ КОМБІНАТОРИКИ ДЛЯ ОПТИМІЗАЦІЇ МЕРЕЖЕВОЇ ІНФРАСТРУКТУРИ

**Соловей Л. Я.** – старший викладач кафедри інформаційних систем  
та обчислювальних методів

Приватного вищого навчального закладу

«Міжнародний економіко-гуманітарний університет

імені академіка Степана Дем'янчука»

ORCID ID: 0009-0001-2832-1741

**Лотюк Ю. Г.** – кандидат педагогічних наук,

доцент кафедри математичного моделювання

Приватного вищого навчального закладу

«Міжнародний економіко-гуманітарний університет

імені академіка Степана Дем'янчука»

ORCID ID: 0000-0001-6696-5583

В сучасному світі інформаційних технологій ефективність та надійність мережевої інфраструктури є критичними для функціонування будь-якої організації. Оптимізація мережевої інфраструктури дозволяє зменшити витрати на обладнання, підвищити швидкість передачі даних та забезпечити надійність і стійкість до збоїв.

Однією з ключових задач в проектуванні та оптимізації мережевої інфраструктури є ефективне розташування вузлів, маршрутизаторів і комутаторів з урахуванням вимог до пропускної здатності, надійності та мінімізації затрат на побудову мережі. Це включає в себе рішення проблеми вибору найкращих маршрутів для передачі даних та розподілу навантаження.

Комбінаторні методи та алгоритми використовуються для оптимізації мережевої інфраструктури, дозволяють досягти балансу між вартістю обладнання, ефективністю використання ресурсів та надійністю мережі. В статті означено основні напрями класичного використання теорії графів при розв'язуванні типових задач оптимізації мережевої інфраструктури. Визначені актуальні напрями застосування комбінаторики та теорії графів у дослідженнях, які дозволяють мінімізувати витрати на побудову мережі.

Проаналізовано існуючі підходи до оптимізації мережевої інфраструктури та виявлені їх недоліки. Розглянуто тестування розроблених методів на реальних та симуляційних даних для оцінки їх ефективності. Наукова новизна статті полягає у застосуванні комбінаторних моделей для оптимізації пропускної здатності, надійності та вартості мережевої інфраструктури.

Із аналізу отриманих результатів визначено що застосування алгоритму Крускала для побудови мінімального кістякового дерева значно підвищує ефективність мережевих рішень, зменшуючи загальні витрати на встановлення та обслуговування мережі, а дослідження моделі оптимізованої комп'ютерної мережі у Cisco Packet Tracer підтвердило практичну доцільність даного підходу, забезпечуючи надійність і масштабованість мережевої інфраструктури.

Показано приклад використання комбінаторики для вирішення задачі оптимізації мережевої інфраструктури, зокрема розміщення серверів з метою мінімізації затримок передачі даних. Сформульована математична модель цієї задачі на написана програма мовою Python для розрахунків.

Розробка нових моделей і алгоритмів, проведення емпіричних досліджень та впровадження практичних рекомендацій сприятимуть прогресу у проектуванні та управлінні сучасними мережами.

**Ключові слова:** комбінаторика, оптимізація мережевої інфраструктури, алгоритм Крускала, мінімальне кістякове дерево, теорія графів, Cisco Packet Tracer, мережеве моделювання, мережеві топології, оптимізація витрат, продуктивність мережі, мережева інфраструктура, оптимальне розміщення серверів, мінімізація затримок передачі даних.

**Solovei L. Ya., Lotiuk Yu. H. Application of combinatorics for optimization of the network infrastructure**

*In today's world of information technology, the efficiency and reliability of the network infrastructure are critical to the functioning of any organization. Optimizing network infrastructure allows you to reduce equipment costs, increase data transfer rates, and ensure reliability and resilience to failures.*

*One of the key tasks in the design and optimization of the network infrastructure is the effective location of nodes, routers and switches, taking into account the requirements for bandwidth, reliability and minimizing the costs of network construction. This includes solving the problem of choosing the best routes for data transmission and load sharing.*

*Combinatorial methods and algorithms are used to optimize the network infrastructure, will allow to achieve a balance between the cost of the equipment, the efficiency of the use of resources and the reliability of the network. The article defines the main directions of the classical use of graph theory in solving typical network infrastructure optimization problems. Current areas of application of combinatorics and graph theory in research, which allow to minimize the costs of building a network, are determined.*

*An example of the use of combinatorics to solve the problem of network infrastructure optimization, in particular the placement of servers to minimize data transmission delays, is shown. The mathematical model of this problem is formulated using a program written in the Python language for calculations.*

*The development of new models and algorithms, the conduct of empirical research and the implementation of practical recommendations will contribute to progress in the design and management of modern networks.*

**Key words:** *combinatorics, network infrastructure optimization, Kruskal's algorithm, minimum spanning tree, graph theory, Cisco Packet Tracer, network modeling, network topologies, cost optimization, network performance, network infrastructure, optimal placement of servers, minimization of data transmission delays.*

**Вступ.** Комбінаторика, як розділ математики, що вивчає кінцеві або злічені дискретні структури, відіграє ключову роль в оптимізації мережевої інфраструктури. Вона надає інструменти та методи для вирішення складних задач, пов'язаних з проектуванням, управлінням та покращенням продуктивності мереж.

**Аналіз актуальних досліджень.** В роботі [1] розглядаються комбінаторні алгоритми для задачі потоку мінімальних витрат на мережах з одиничною пропускною здатністю та окремі випадки задачі.

Робота Niklas McKeown [2] демонструє, що застосування комбінаторних алгоритмів може суттєво покращити продуктивність та ефективність комп'ютерних мереж. Впровадження таких методів дозволяє не тільки підвищити пропускну здатність і знизити затримки, але й оптимізувати використання ресурсів мережі. Ці досягнення мають великий потенціал для покращення роботи сучасних мережевих систем та інфраструктур.

Дослідженню особливостей використання графів для оптимізації функціонування комп'ютерних мереж присвячені такі роботи [3] обґрунтовано фундаментальні теоретичні засади побудови комп'ютерних мереж, перспективи технологій локальних і глобальних мереж, способи створення і керування ними.

У дослідженні [4] подано системний опис мережевої архітектури маршрутизації: проведено класифікацію алгоритмів маршрутизації; введено метрики алгоритмів та їх порівняння.

Аналіз досліджень свідчить, що застосування графів в інформаційних технологіях має великий потенціал та дає можливість оптимізувати процеси проектування, аналізу та організації комп'ютерних мереж, що позитивно впливає на якість та продуктивність роботи мережі [5].

Мережу можна уявити як граф, де вузли представляють мережеві пристрої, а дуги відображають з'єднання між ними, тоді завдання оптимізації полягає

в пошуку оптимального шляху для передачі даних між двома вузлами. Ця задача вирішується за допомогою різних алгоритмів, таких як алгоритм Дейкстри або алгоритм Беллмана-Форда [6].

**Методи та результати дослідження.** Незважаючи на низку наукових досліджень у галузі теорії графів, питання візуалізації мережевих структур залишаються недостатньо вивченими.

Покажемо на конкретних прикладах роль комбінаторики для оптимізації мережевої інфраструктури. Для цього застосуємо мінімальне кістякове дерево (MST). Воно дозволяє мінімізувати витрати на побудову мережі, забезпечуючи при цьому з'єднання всіх вузлів. Досліджували проблему мінімального кістякового дерева Otakar Boruvka, Robert C. Prim, Joseph Kruskal, Edsger W. Dijkstra.

Оптимальне розміщення серверів, маршрутизаторів та інших мережевих пристроїв є критичним для забезпечення ефективної роботи мережі. Комбінаторні задачі, такі як задача розміщення центрів обслуговування або задача покриття, допомагають визначити найкращі місця для розташування цих елементів з урахуванням різних критеріїв, таких як мінімізація затримок або витрат.

Розглянемо оптимізацію локальної комп'ютерної мережі, яка з'єднує кілька роутерів, розташованих у різних будівлях. Мета – мінімізувати загальну довжину кабелів, необхідних для з'єднання всіх роутерів.

В якості вхідних даних матимемо набір роутерів, на Рис. 1 позначені як Router A, Router B, Router C, Router D, Router E та задану довжину кабелів між роутерами.

Для вирішення цієї задачі використовуємо алгоритм Крускала для знаходження мінімального кістякового дерева.

#### **Етапи розв'язання задачі розділимо на дві частини:**

1. **Модель графу:** Представляємо кожен роутер як вузол графу. З'єднання між роутерами представляємо як ребра графу, де вага ребра відповідає вартості прокладання кабелю між двома роутерами.

2. **Застосування алгоритму Крускала:** Сортуємо всі ребра графу за зростанням їх ваги. Починаємо з найменшого ребра і додаємо його до MST, якщо його додавання не створює циклу. Повторюємо, поки не додамо всі вузли до MST.

Розглянемо мережу з п'ятьма роутерами (A, B, C, D, E) і наступними відстанями між ними: A – B: 10 м, A – C: 30 м, B – C: 10 м, B – D: 60 м, C – D: 20 м, C – E: 40 м, D – E: 50 м.

#### **Розв'язання з використанням алгоритму Крускала:**

– Сортуємо ребра: (A-B, 10), (B-C, 10), (C-D, 20), (A-C, 30), (C-E, 40), (D-E, 50), (B-D, 60).

– Починаємо з найменших ребер, додаємо їх до MST: A-B (10), B-C (10), C-D (20), C-E (40).

Оскільки всі роутери з'єднані, отримуємо MST з ребрами: (A-B, 10), (B-C, 10), (C-D, 20), (C-E, 40). В даному випадку, мінімальне кістякове дерево має загальну довжину 80 м.

Наступний приклад демонструє використання комбінаторики для вирішення задачі оптимізації мережевої інфраструктури, зокрема розміщення серверів з метою мінімізації затримок передачі даних.

У комп'ютерній мережі з визначеними вузлами необхідно розташувати певну кількість серверів так, щоб мінімізувати затримку передачі даних між клієнтами та серверами.

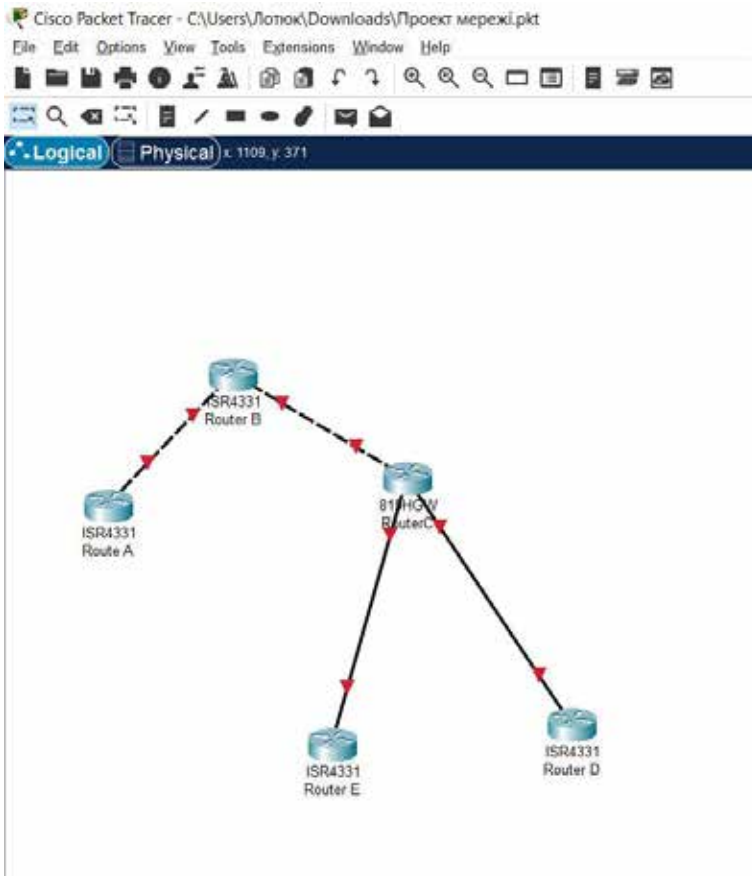


Рис. 1. Емуляція у Cisco Packet Tracer створеної оптимальної мережі [7]

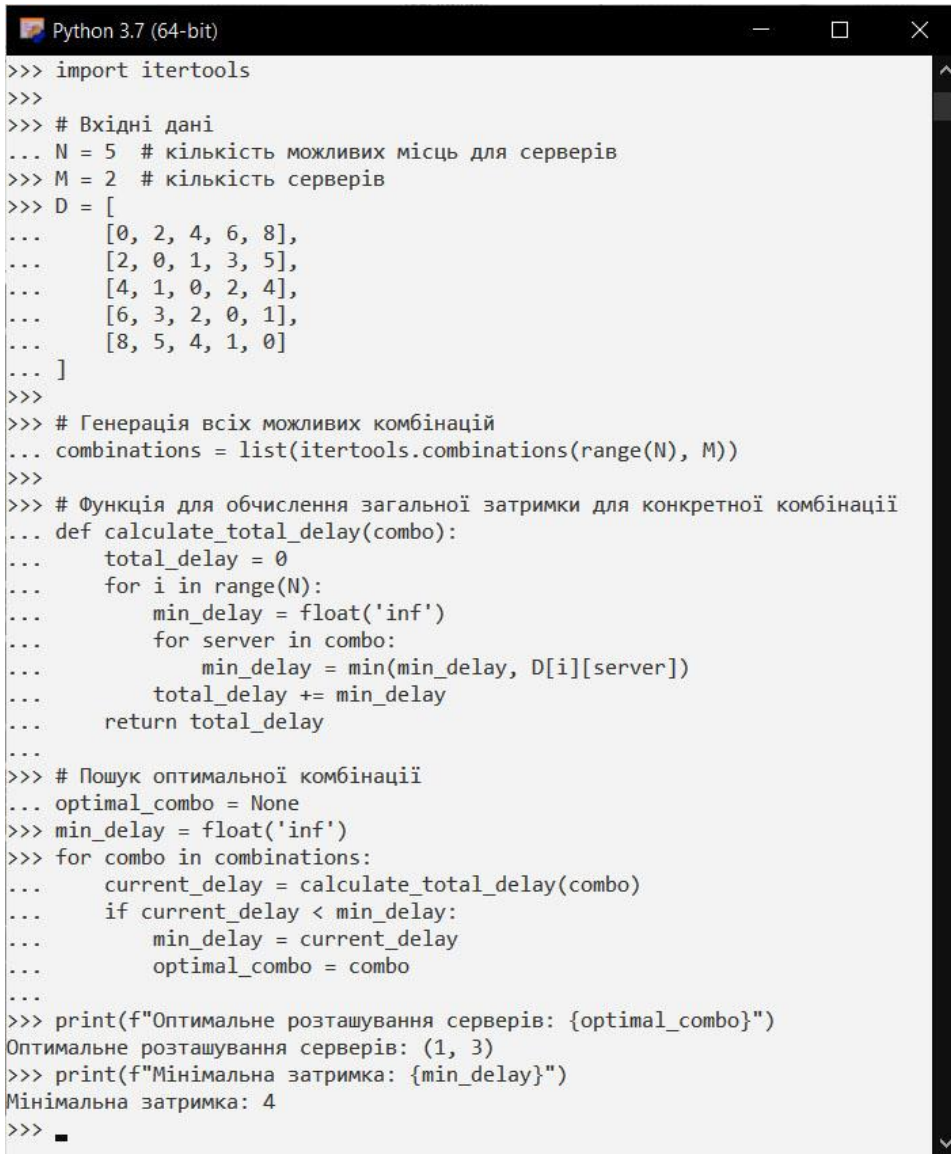
Сформулюємо задачу у поняттях комбінаторики:  $N$  – кількість можливих місць для серверів,  $M$  – кількість серверів, які потрібно розмістити. Визначимо матрицю затримок таким чином:  $D[i, j]$  – затримка передачі даних між вузлами  $i$  та  $j$ . Потрібно розташувати  $M$  серверів так, щоб мінімізувати загальну затримку передачі сигналів.

Для розв'язування цієї задачі використаємо комбінаторний підхід таким чином – всі можливі розташування  $M$  серверів серед  $N$  можливих місць можуть бути представлені як комбінація без повторень. Кількість можливих комбінацій визначається за формулою комбінаторики:

$$C(N, M) = \frac{N!}{M!(N - M)!}$$

Для кожної комбінації розміщень серверів обчислюємо сумарну затримку, використовуючи матрицю затримок  $D[i, j]$ . Знайдемо мовою Python ту комбінацію, яка має найменшу загальну затримку Рис. 2.

Таким чином знайдено оптимальне розміщення серверів та мінімальна затримка передачі сигналу.



```
>>> import itertools
>>>
>>> # Вхідні дані
... N = 5 # кількість можливих місць для серверів
>>> M = 2 # кількість серверів
>>> D = [
...     [0, 2, 4, 6, 8],
...     [2, 0, 1, 3, 5],
...     [4, 1, 0, 2, 4],
...     [6, 3, 2, 0, 1],
...     [8, 5, 4, 1, 0]
... ]
>>>
>>> # Генерація всіх можливих комбінацій
... combinations = list(itertools.combinations(range(N), M))
>>>
>>> # Функція для обчислення загальної затримки для конкретної комбінації
... def calculate_total_delay(combo):
...     total_delay = 0
...     for i in range(N):
...         min_delay = float('inf')
...         for server in combo:
...             min_delay = min(min_delay, D[i][server])
...         total_delay += min_delay
...     return total_delay
...
>>> # Пошук оптимальної комбінації
... optimal_combo = None
>>> min_delay = float('inf')
>>> for combo in combinations:
...     current_delay = calculate_total_delay(combo)
...     if current_delay < min_delay:
...         min_delay = current_delay
...         optimal_combo = combo
...
>>> print(f"Оптимальне розташування серверів: {optimal_combo}")
Оптимальне розташування серверів: (1, 3)
>>> print(f"Мінімальна затримка: {min_delay}")
Мінімальна затримка: 4
>>> ■
```

*Рис. 2. Програма мовою Python, яка шукає комбінацію серверів з найменшою загальною затримкою*

**Висновок.** Оптимізація мережевої інфраструктури, є важливою для забезпечення ефективності та надійності сучасних комп'ютерних мереж. Розглянуті підходи включають використання алгоритмів побудови мінімального кістякового дерева, таких як алгоритм Крускала, а також моделювання мережевих конфігурацій за допомогою інструментів, таких як Cisco Packet Tracer.

Математичні методи дозволяють значно підвищити ефективність планування та керування мережами, знижують загальні витрати та покращують продуктивність.

Зокрема, алгоритм Крускала для побудови мінімального кістякового дерева забезпечує мінімізацію витрат на з'єднання вузлів мережі.

Завдяки моделюванню різних конфігурацій і використанню алгоритмів оптимізації, можна досягти високої якості обслуговування мережі, що є критично важливим для стабільної роботи в сучасних умовах.

#### **СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ:**

1. Goldberg, Andrew V., et al. "Minimum-cost flows in unit-capacity networks." *Theory of Computing Systems* 61 (2017): 987-1010.
2. N. McKeown, "Optimizing Network Traffic with Combinatorial Algorithms," *ACM SIGCOMM Computer Communication Review*, 2024.
3. Жураковський. Б. Ю., Зенів І. О. Комп'ютерні мережі : навчальний посібник. Частина 1. Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2020. 336 с.
4. Теоретичні основи телекомунікаційних мереж : навч. посіб. /М.М. Климаш, Б.М. Стрихалюк, М.В. Кайдан. Львів : вид-во УАД, 2011. 496 с.
5. Gross, J. L., & Yellen, J. (2013). *Handbook of graph theory*. CRC press, 2013. 1630 p.
6. Golumbic, M. C. *Algorithmic graph theory and perfect graphs*. Elsevier. 2004. 340 p.
7. Cisco Networking Academy. *CCNA Routing and Switching: Introduction to Networks*. Cisco Press, 2013. 720 p.

#### **REFERENCES:**

1. Goldberg, Andrew V., et al. "Minimum-cost flows in unit-capacity networks." *Theory of Computing Systems* 61 (2017): 987-1010.
  2. N. McKeown, "Optimizing Network Traffic with Combinatorial Algorithms," *ACM SIGCOMM Computer Communication Review*, 2024.
  3. Zhurakovskiy. B. Yu., Zeniv I. O. *Komp'yuterni merezhi : navchalnyi posibnyk. Chastyna 1*. Kyiv : KPI im. Ihoria Sikorskoho, 2020. 336 s.
  4. *Teoretychni osnovy telekomunikatsiinykh merezh : navch. posib.* /М.М. Klymash, В.М. Strykhaliuk, М.В. Kaidan. Lviv : vyd-vo UAD, 2011. 496 s.
  5. Gross, J. L., & Yellen, J. (2013). *Handbook of graph theory*. CRC press, 2013. 1630 r.
  6. Golumbic, M. C. *Algorithmic graph theory and perfect graphs*. Elsevier. 2004. 340 r.
  7. Cisco Networking Academy. *CCNA Routing and Switching: Introduction to Networks*. Cisco Press, 2013. 720 p.
-