

---

# СИСТЕМНИЙ АНАЛІЗ

---

## SYSTEM ANALYSIS

УДК 303.732.4

DOI <https://doi.org/10.32851/tnv-tech.2021.1.1>

---

### УДОСКОНАЛЕННЯ МЕТОДИКИ РОЗРАХУНКУ ВИРОБНИЧИХ ФУНКЦІЙ У ТВАРИНИЦТВІ ЗА ДОПОМОГОЮ СИСТЕМНОГО ПІДХОДУ

---

**Лобода О.М.** – кандидат технічних наук, доцент,  
доцент кафедри менеджменту та інформаційних технологій  
Херсонського державного аграрно-економічного університету  
ORCID ID: 0000-0001-9826-9443

У статті розглянута необхідність використання виробничої функції в якості основної характеристики результатів діяльності сільськогосподарських підприємств. Моделювання виробничої функції з метою оцінки ефективності виробництва та прийняття оптимальних управлінських рішень проводилася на основі аналізу різних видів адаптації виробничої функції і зібраних матеріалів про діяльність сільськогосподарських підприємств. Використання математичного моделювання допомагає виявити і описати найбільш важливі, значущі взаємозв'язки економічних об'єктів і оцінити виробничі параметри. Виробничі функції використовуються як ефективний інструмент, що дозволяє проводити аналітичні розрахунки, визначати ефективність використання ресурсів і можливість їх додаткового залучення у виробництво, прогнозувати обсяги випуску і контролювати реальність запланованих проектів. Розроблено методiku створення динамічної виробничої функції. Дана методика дозволяє вирішувати завдання оцінки параметрів складніших класів виробничої функції і являє собою складні економічні процеси, крім заміни одних чинників іншими. Зокрема, були створені та проаналізовані виробничі функції в м'ясному виробництві, що дозволило визначити оптимальну вагу тварини та оптимальний раціон харчування. Розроблено модель динамічної виробничої функції і на її основі обґрунтований підхід до визначення виробничих характеристик. Доведено, що при обробці експериментальних даних і проведенні статистичного аналізу особлива увага приділялася методам, найбільш підходящим для вивчення аграрних наук, оскільки інженери-агрономи мало знайомі з поняттям виробничої функції і економічними принципами, визначальними максимізацію прибутку і мінімізацію виробництва і витрат на виробництво. У документі доводиться, що економічно доцільно знайти конкурентоспроможний варіант виробництва на підприємстві і розрахувати граничну ефективність кормів, граничні коефіцієнти заміщення і ізокліни – значення, які є результатом безперервних виробничих функцій. Зокрема, були створені та проаналізовані виробничі функції в м'ясному виробництві, що дозволило визначити оптимальну вагу тварини та оптимальний раціон харчування.

**Ключові слова:** система управління, математична модель, виробничі функції, ідентифікація системи, оптимізація управління.

---

**Loboda O.M. Improving the methodology for calculating production functions in animal husbandry using a systematic approach**

The article discusses the need to use production function as the main characteristic of results the activities of agricultural enterprises. Modeling the production function for assessing production efficiency and making optimal management decisions was carried out on basis of an analysis of various types adaptation the production function and collected materials on activities of agricultural enterprises. The use of mathematical modeling helps to identify and describe the most important, significant relationships of economic objects and to evaluate production parameters. Production functions are used as an effective tool that allows you to carry out analytical calculations, determine the efficiency of resource use and the possibility of their additional involvement in production, predict output volumes and control the reality of planned projects. A technique for creating a dynamic production function has been developed. Also taken into account the probabilistic laws of distribution of arguments and incomplete statistical information on the parameters of agricultural production. This technique allows solving problems of estimating the parameters of complex classes production functions and represents complex economic processes, except for replacement of some factors with others. In particular, production functions in meat production were created and analyzed, which made it possible to determine the optimal weight of animal and ptimal diet. It is proved that when processing experimental data and conducting statistical analysis, special attention was paid to methods most suitable for study of agricultural sciences, since agronomical engineers are not very familiar with the concept of production function and economic principles that determine the maximization of profits and minimization production and production costs. The document proves that it is economically feasible to find a competitive production option at enterprise and calculate the marginal feed efficiency, marginal substitution rates and isoclines – values that are the result of continuous production functions. In particular, production functions in meat production were created and analyzed, which made it possible to determine the optimal weight of animal and optimal diet.

**Keywords:** control system, mathematical model, production functions, system identification, control optimization.

**Постановка проблеми.** В сучасних умовах математичні методи дослідження все більше проникають в такі сфери діяльності як економіка, екологія, управління аграрним підприємством. Особливо важливі ці методи в дослідженнях складних систем соціально-економічного, інформаційного, біологічного плану. Системи, як правило, характеризуються: неоднорідністю структури [1, с. 78], нелінійністю характеристик, різко асиметричним розподілом параметрів, багатоконтурними взаємодіями. Рішення, що приводить до правильного розуміння поведінки складних систем [2, с. 130], до яких можна віднести великий клас виробничих, лежить у вивченні емпіричних закономірностей за допомогою побудови відповідних математичних моделей [3, с. 104]. Вирішення задачі оптимального управління господарством [3, с. 138], у цих умовах, приводить до рішення задачі управління у вигляді розподілу ресурсів між галузями господарства. Знаходження оптимальних управлінь, що визначають найбільшу ефективність результатів функціонування аграрного підприємства, передбачає побудову моделей об'єктів управління, а також вирішення багатокрокової задачі знаходження виробничих функції [4, с. 278].

Більш часто експерименти та статистичні методи дозволяли лише одержати вказівку про те, чи існує математично значима різниця між рівнями врожаю або виходу продукції, що відповідають двом або трьом технологіям або рівням витрат. Виходячи із цих розходжень може бути розрахована відносна прибутковість декількох технологічних способів або видів витрат. Однак узагальнюючи було неможливо застосувати точні економічні принципи для визначення найбільш прибуткового рівня витрат і випуску або для визначення найбільш вигідної комбінації витрат для одержання обумовленої кількості продукції, зокрема в тваринництві.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Поняття виробничої функції введено американськими вченими Коббом і Дугласом. Значний внесок у розвиток теорії виробничих функцій внесли роботи В Леонтьєва, Р. Солоу, А. Клейна, А. Міхальовського, Р. Сато, Дж. Хікса, Л. Терехова, Г. Клейнера і багатьох інших вітчизняних

і зарубіжних вчених. У багатьох випадках дослідники в області біології використовували лише розрахунок випуску продукції при використанні певної кількості нового матеріалу [3, с. 356]. Дослідники – агротехніки та біологи протягом тривалого часу вели дослідження, одержуючи нові відомості про властивості сільськогосподарських виробничих функцій. Однак історично ці дослідження планувалися й проводилися якось осторонь від формалізованих у вигляді рівнянь регресії виробничих функцій. Звичайне дослідження планувалося на основі явища дискретності, тобто застосовувалися два або кілька технологічних способів виробництва для визначення точкових оцінок виходу сільськогосподарських культур і продуктів тваринництва залежно від рівня витрат факторів виробництва. У деяких випадках, хоча це й був побічний результат, отриманих даних було достатньо для виводу простих рівнянь регресії або кривих, що показують залежність випуску від витрат (залежність вхід-вихід).

В зв'язку з тим, що аргументи виробничих функцій не розглядаються як випадкові величини, що описуються різними законами розподілу, інтенсивному впровадженню виробничих функцій для опису мікроекономічних процесів перешкоджає відсутність методики розрахунку основних параметрів виробництва з урахуванням їх випадкового характеру [1, с.88], особливо в агробізнесі.

**Постановка завдання.** Головною метою цієї роботи є розробка методики побудови динамічної виробничої функції з урахуванням імовірнісних законів розподілу аргументів і неповної статистичної інформації про параметри виробництва в м'ясному тваринництві.

**Виклад основного матеріалу дослідження.** Для розрахунку виробничої функції не можна застосовувати один єдиний вид рівнянь для характеристики аграрного виробництва в різних умовах. Вид алгебраїчної функції й величини її коефіцієнтів будуть варіювати залежно від ґрунту, клімату, типу й розмаїтості сільськогосподарських культур і тварин, змін у ресурсах, рівня механізації, величини інших витрат, фіксованих по величині й т.п. Тому в кожній роботі встає проблема вибору виду алгебраїчної функції, що, очевидно або відповідно до наявних відомостей, сумісна з розглянутим явищем [5, с. 64]. Вибір будь-якого специфічного типу рівняння для вираження виробничого явища автоматично накладає певні обмеження або допущення щодо зв'язків, які визначають оптимальні величин ресурсів. Однак одні рівняння відрізняються більшою гнучкістю, чим інші.

Відповідно виробничу функцію варто представити як

$$Y=f(X_1, X_2, \dots, X_n), \quad (1)$$

де  $Y$  – випуск,  $X_i$  – витрати ресурсу.

Загалом, при наявності виробничої функції можна визначити наступні величини, які мають безпосереднє значення для економіки:

$$\frac{\delta Y}{\delta X_i} = f'_{xi} (X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (2)$$

$$\frac{\delta X_i}{\delta X_j} = -\frac{f'_{xj} (X_1, X_2, \dots, X_n)}{f'_{xi} (X_1, X_2, \dots, X_n)} \quad (3)$$

$$X_i = f''(Y, X_1, \dots, X_n) \quad (4)$$

$$\frac{\delta X_i}{\delta X_j} = -k \quad (5)$$

$$\frac{\delta X_i}{\delta X_j} = 0 \quad (6)$$

Наведені вираження, що базуються на виробничій функції, дозволяють одержати дані, необхідні для економічного аналізу. Бажано одержати зазначені характеристики для різних видів функцій. Розглянемо їх один по одному: рівняння (2) являє собою рівняння додаткового продукту в натуральному вираженні для  $i$  ресурсу; рівняння (3) – рівняння граничних норм заміщення  $i$  й  $j$  ресурсів; (4) – рівняння ізоквант; (5) – рівняння ізоклінів; (6) – рівняння розмежувальних ліній. Якщо вираження, представлене рівнянням (3), підставити в рівняння (5) і (6), то стане очевидним, що кожна з розглянутих величин, установлювана для одного ресурсу, залежить від усього набору ресурсів, які можуть бути використані в даному виробничому процесі.

Виробничі функції визначалися для молодняка великої рогатої худоби, раціон яких складається з кукурудзи, сіна, білкових добавок. Визначалися також функції часу, що показують, скільки часу необхідно для того, щоб тварини, одержуючи різні раціони, досягли заданої маси [6, с. 1494]. Знаючи виробничі функції й функції часу, можна зрівняти дохід, отриманий при раціонах з мінімальною вартістю кормів і при раціонах, що забезпечують одержання м'яса заданої якості в мінімальний час. Протягом 3 років набори кормів по складу і якості були в загальному однаковими; тому наявні дані дозволяють зробити аналіз для визначення виробничої функції. Крім того, протягом того ж періоду досить однорідним по якості було й саме поголів'я худоби. До того ж, протягом усього періоду проведення експерименту, використовувані сорти кукурудзи та сіна якщо й перетерплювали зміни, то незначні.

Стосовно до виробництва м'яса, загальноприйнятий процес одночасного визначення оптимальної маси тварин й оптимального раціону його годівлі варто змінити, тому що згодовування різних кормових раціонів приводить до одержання м'яса неоднакової якості. Так, наприклад,  $P_g$  – ціна приросту маси, змінюється разом зі зміною раціону, що йде на відгодівлю при обмеженому діапазоні співвідношень грубих кормів і зерна.

Для визначення виробничої поверхні в м'ясному тваринництві на основі наявних показників застосовувалися рівняння декількох алгебраїчних форм. З досліджених функцій найбільш обґрунтованої, з погляду логіки й статистики, є функція, виражена рівнянням (7):

$$Y=0,157C+0,361P+0,112F-0,016C^2-0,099P^2-0,059F^2-0,036CT-0,063CF+0,054PF+3,58 \quad (7)$$

де  $Y$  – загальний приріст маси в кг при розрахунку на одну голову худоби з моменту початку відгодівлі до дня зважування. Середня вихідна маса тварин у всіх охоплених групах становив 200 кг;

$C$  – загальна кількість кукурудзи в кг з моменту початку зернової відгодівлі до дня зважування. Таким чином, перше спостереження за згодовуванням кукурудзи охоплює період з початку експерименту до першого зважування, друге – з початку експерименту до другого зважування. Кукурудзяний силос перераховувався виходячи з його зернового еквівалента;

$P$  – загальна кількість білкових добавок у кг. Спостереження велися таким же способом, як за споживанням кукурудзи;

$F$  – загальна кількість доброякісного сіна в кг. Спостереження велися так само, як і за споживанням кукурудзи.

Коефіцієнт детермінації для рівняння (7) дорівнює 0,88. Він показує, що більша частина дисперсії приросту маси, відібраних відгодовуваних телят, пояснюється трьома факторами годівлі.

Змінні включені в рівняння відповідно до логіки виробництва, навіть якщо вони й не істотні порівняні зі звичайно прийнятими рівнями істотності. Однак, як зазначено нижче, коефіцієнти для деяких нелінійних змінних невеликі й лише незначно впливають на норми заміщення окремих видів кормів. Були складені деякі рівняння, де всі коефіцієнти можна прийняти з рівнем істотності, рівним 0,99. Однак розгляд кореляційного поля й особливості відгодівлі дозволяють припустити, що це в меншому ступені відповідає наявним даним [7, с. 272].

При визначенні виробничої функції класичним методом найменших квадратів робиться явне допущення про те, що кожне спостереження незалежно. Коли ведуться дослідження з поголів'ям худоби, то результат кожного спостереження являє собою середню кумулятивну суму кормів і приросту маси для кожної групи тварин. Наприклад, спостереження над кормами й приростом маси, проведені наприкінці кожного місяця, є кумулятивними сумами спостережень, зроблених у попередні місяці. Звідси, друге спостереження пов'язане з першим, третє – з перша й другим і т.п. Серія спостережень за однією групою худоби взаємозалежна, але не залежить від серії спостережень за іншою групою або за іншим раціоном.

Основна виробнича функція (7) дозволяє вивести рівняння для ізоквант, ізоклінів, а також для співвідношень витрат і випуску продукції. Оскільки витрати на кукурудзу й сіно становлять більшу частину витрат на корм при вирощуванні м'ясної худоби та із цими культурами зв'язана більшість проблем землекористування, остільки при аналізі користувалися допоміжними функціями, що виражають співвідношення між кукурудзою й грубими кормами. Еквівалент білкових добавок фіксується в різних співвідношеннях з кукурудзою й при різних абсолютних рівнях витрат кормів, і, відповідно, визначаються співвідношення кормів у раціонах. Конкретно, у наведеному нижче аналізі, білкові добавки постійно рівні: а) 25% кількості кукурудзи в раціоні (тобто кукурудза й білкові добавки перебувають постійно у відношенні 1:4); б) 15% кількості кукурудзи в раціоні (тобто кукурудза й білкові добавки перебувають постійно у відношенні, рівному приблизно 1:7) і в) постійній величині, конкретно – 175 кг (тобто співвідношення кукурудзи й білкових добавок змінюється зі зміною частки кукурудзи в раціоні годівлі). Кожному співвідношенню або абсолютній кількості білкових добавок відповідає певна виробнича поверхня, причому кукурудза та сіно є змінними. За допомогою величин, що позначають кількості кукурудзи й сіна, складені рівняння для розрахунку приросту маси у випадках а, б и в – рівняння (8), (9) і (10). Позначення змінних – ті ж, що й у рівнянні (10). Білкові добавки рівні 25% кукурудзи:

$$Y = 0,247C - 0,081C^2 + 0,112F - 0,059F^2 + 0,012CF + 3,59. \quad (8)$$

Білкові добавки рівні 15% кукурудзи:

$$Y = 0,211C - 0,042C^2 + 0,112F - 0,059F^2 + 0,075CF + 3,59. \quad (9)$$

Білкові добавки рівні 175 кг:

$$Y = 0,151C - 0,016C^2 + 0,207F - 0,059F^2 - 0,069CF + 39,17. \quad (10)$$

Рівняння (8)-(10) дозволяють обчислити виробничу функцію для м'ясного тваринництва, якщо білкові добавки перебувають у постійному співвідношенні з кукурудзою або ж уживається в постійній абсолютній кількості. Із цих рівнянь виробничої функції можна одержати відповідні їм рівняння ізоквант приросту маси. От вони: білкові добавки рівні 25% кукурудзи (тобто 1 частина білкових добавок на 4 частині кукурудзи)

$$F=242,69+1,08(7\pm 2,08(0,013+0,088C-0,028C^2-0,023Y)^{0.5}) \quad (11)$$

Білкові добавки рівні 15% кукурудзи (тобто на 1 частину білкових добавок доводяться приблизно 7 частин кукурудзи)

$$F=942,69+0,62(7\pm 2,08(0,013+0,097C-0,044C^2-0,023Y)^{0.5}) \quad (12)$$

Білкові добавки рівні 175 кг (тобто співвідношення його з кукурудзою змінюється зі зміною кількості останньої)

$$F=1737,86-0,053C\pm 2,08(0,052+0,039C-0,039C^2-0,0238Y)^{0.5} \quad (13)$$

У рівняннях ізоквант кількість сіна ( $F$ ), необхідне для одержання заданих приростів маси ( $Y$ ), виражено у вигляді функції витрат кукурудзи на одну голову худоби. Із цих рівнянь можна одержати всі можливі комбінації кукурудзи й сіна, що забезпечують заданий приріст маси.

З рівнянь ізоквант (11)-(13) можна вивести рівняння, що визначають граничні норми заміщення. Наприклад, якщо відомо співвідношення білкових добавок з кукурудзою, то граничні норми заміщення сіна кукурудзою можна одержати як похідну ( $F$  по  $C$ ) функції (11). Білкові добавки рівні 25% кукурудзи (тобто на 4 частині кукурудзи постійно доводиться 1 частина білкових добавок):

$$\frac{\delta F}{\delta C} = \frac{0,016C - 0,012F - 0,246}{0,112 - 0,011F + 0,012} \quad (14)$$

Використовуючи рівняння, аналогічні (14), можна визначити граничну норму заміщення сіна кукурудзою (при постійній питомій вазі білкових добавок) для різних комбінацій цих двох компонентів раціону, причому ця гранична норма забезпечить заданий приріст маси. Граничні норми заміщення сіна кукурудзою можуть бути представлені у вигляді рівняння, зворотного вираженню (14). По наведеним вище рівнянням можна визначити графіки ізоквант приросту маси й граничні норми заміщення.

**Висновки та пропозиції.** Розроблено методику поетапної побудови виробничої функції, яка полягає в послідовному ускладненні функції Кобба-Дугласа, і в передачі отриманих значень параметрів в якості початкових для більш складної функції на основі характеристик результатів діяльності галузей господарств. Ця методика дозволяє визначити виробничі функції, ізокванти, ізокліни, граничні норми заміщення та інші відповідні економічні показники у кормових раціонах при відгодовуванні великої рогатої худоби. А також вирішене завдання оцінювання параметрів складніших класів виробничої функції, які найбільш повно представляють складні економічні процеси, зокрема, заміщення одних факторів іншими. Зокрема, побудовані та проаналізовані виробничі функції в м'ясному тваринництві, що дозволило визначити оптимальну вагу тварини й оптимальний раціон годівлі.

### СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ:

1. Марасанов В.В., Пляшкевич О.М. Основи теорії проектування і оптимізації макроекономічних систем. Херсон, 2002. 190 с.
2. Лобода О.М., Кириченко Н.В. Актуальні проблеми ідентифікації та моделювання структури управління підприємством. *Наука й економіка*. 2015. № 3. С. 130-134.
3. Вітлінський В.В. Моделювання економіки. Київ, 2003. 408 с.
4. Стеценко І.В. Моделювання систем. Черкаси, 2010. 399 с.
5. Лобода О.М. Вирішення задачі ідентифікації структури управління підприємства. *Сучасна спеціальна техніка*. Київ. 2012. № 3. С. 64-68.



6. Лобода О.М. Побудова моделі динаміки розвитку аграрного підприємства в вигляді магістралі росту. *Економіка та суспільство*. Мукачево, 2018. Вип. 13. С. 1494–1500.

7. Лобода О.М., Кухаренко С.В. Вирішення задачі синтезу організаційної структури. *Таврійський науковий вісник*. Херсон, 2010. Вип.71. С. 272–277.

#### REFERENCES:

1. Marasanov V.V., Pliashkevych O.M. (2002) *Osnovy teorii proektuvannia i optymizatsii makroekonomichnykh system* [Foundations the theory design and optimization of macroeconomic systems]. Kherson: Ajlant. (in Ukrainian).

2. Loboda O.M., Kyrychenko N.V. (2015) Aktualni problemy identyfikatsii ta modeliuvannia struktury upravlinnia pidpriemstvom [Current problems of identification and modeling of enterprise management structure]. *Nauka y ekonomika*, vol. 3, pp. 130–134.

3. Vitlinskyj V.V. (2003) *Modeliuvannia ekonomiky* [Economic modeling]. Kyiv: KNEU. (in Ukrainian).

4. Stecenko I.V. (2010) *Modeljuvannja system* [System modeling] Cherkasy. (in Ukrainian).

5. Loboda O.M. (2012) Vyrishennja zadachi identyfikaciji struktury upravlinnja pidprijemstva [Solving the problem of identifying the management structure of the enterprise]. *Suchasna spetsialna tekhnika*, vol. 3, pp. 64-68.

6. Loboda O.M. (2018) Pobudova modeli dynamiky rozvytku aghrarnogho pidprijemstva v vyghljadi maghistrali rostu [Building a model of the dynamics of agrarian enterprise development in the form of the artery growth]. *Економіка та суспільство*, vol.13, pp. 1494- 1500.

7. Loboda O.M., Kukharenko S.V. (2010) Vyrishennia zadachi syntezy orhanizatsiinoi struktury [Solving the problem of synthesizing the organizational structure]. *Tavriiskyi naukovyi visnyk*, vol.71, pp. 272-277.