

УДК 624.151.6

DOI <https://doi.org/10.32782/tnv-tech.2023.5.24>

ТЕОРЕМА ДЛЯ РОЗРАХУНКУ БУДІВЕЛЬНИХ КОНСТРУКЦІЙ

Чеканович М. Г. – кандидат технічних наук,
професор кафедри будівництва, архітектури та дизайну
Херсонського державного аграрно-економічного університету
ORCID ID: 0000-0002-9110-4109
Scopus-Author ID: 57192938389&

Проаналізовані відомі розрахункові положення будівельної практики. При цьому відзначається, що винайдення нових підходів, теорем для розрахунку конструкцій – це один із шляхів прогресу у будівництві. Впровадження нових теорем у розрахункову практику проєктування відкриває шлях до надійності в проєктуванні та ефективності будівельного сектору економіки.

Виходячи з базового поняття фізики, щодо обертального ефекту дії сил, доведемо, що можна знайти деформації і напруження в перерізі конструкції балки.

Момент сили, на відміну від згинального моменту, враховує обертальний ефект усіх сил відносно, розрахункової точки перерізу. Такий підхід до розрахунку базовий, фізично обґрунтований, зручний у користуванні і надійний для проєктної будівельної практики.

Автором запропоновано будувати епюру моментів сили не вздовж поздовжньої осі балки, як це прийнято для згинального моменту, а за висотою перерізу. Моменти сил, що діють відносно кожної з точок, що належать лінії перерізу, у своїй сукупності створюють епюру обертального моменту в перерізі. Такий підхід не має обмежень і такий переріз може бути зорієнтований вільно у будь-якому напрямку по відношенню до поздовжньої осі будівельної конструкції. В перспективі реалізації тривимірної моделі можливе визначення моментів обертання для усіх умовних точок масиву, що складають розрахунковий об'єкт або взагалі цілу конструкцію.

Сформульовано характерні положення, щодо правил побудови епюр моментів сил обертання.

Автором запропоновано теорему щодо визначення диференціалу функції обертального моменту сили за висотою перерізу.

Оскільки в запропонованому розрахунку момент сили втілює в собі два фактори – силу і момент, то і напруження, і деформації в перерізі можуть бути визначені через нього.

За результатами досліджень вперше одержимо децю спрощений вираз для визначення лінійних відносних деформацій і напружень в перерізі.

Підсумовуючи дійшли висновку, що запропонована теорема для розрахунку будівельних конструкцій у вигляді диференційної залежності моменту сили обертання за висотою перерізу для визначення поздовжньої сили в перерізі ефективна. За наслідками теорема визначено залежності для напружень та деформацій. Застосування теорема дозволяє перевірити існуючі розрахунки та виконати розрахункову частину для нового проєкту в будівництві.

Ключові слова: теорема, розрахунок, момент сили, обертання, диференціал, напруження, деформації.

Chekanovych M. H. Theorem for the calculation of building structures

The well-known calculation provisions of construction practice are analyzed. It is noted that the invention of new approaches and theorems for the calculation of structures is one of the ways of progress in construction. The introduction of new theorems into design practice opens a way to reliability in design and efficiency of the construction sector of the economy.

Based on the basic physics concept of the rotational effect of forces, we prove that it is possible to find deformations and stresses in the cross-section of a beam structure.

The force moment, in contrast to the bending moment, takes into account the rotational effect of all forces relative to the design point of the section. This approach to calculation is basic, physically sound, easy to use, and reliable for design engineering practice.

The author proposes to build a diagram of force moments not along the longitudinal axis of the beam, as is customary for the bending moment, but along the height of the section.

The moments of forces acting on each of the points belonging to the section line in their aggregate create a diagram of the rotational moment in the section. This approach has no restrictions and such a section can be oriented freely in any direction with respect to the longitudinal axis of the building structure. In the further implementation of a three-dimensional model it is possible to determine the torques for all conditional points of the array that make up the design volume or the entire structure.

The characteristic provisions concerning the rules for constructing diagrams of torque moments of rotational forces are formulated.

The author proposes a theorem for determining the differential of the function of the rotational force moment by the height of the section.

Since in the proposed calculation the force moment embodies two factors – force and moment – both stresses and strains in the section can be determined using it.

Based on the results of our research, we obtained a somewhat simplified expression for determining linear relative deformations and stresses in the section.

Summarizing, we conclude that the proposed theorem for the calculation of building structures in the form of a differential dependence of the moment of rotational force by the height of the section to determine the longitudinal force in the section is effective. Based on the consequences of the theorem, the dependencies for stresses and strains are determined. The application of the theorem makes it possible to verify existing calculations and perform the calculation part for a new construction project.

Key words: *theorem, calculation, moment of force, rotation, differential, stress, deformation.*

Вступ. Теоретичні основи розрахунку будівельних конструкцій створюють умови до їх удосконалення, раціонального використання будівельних матеріалів, сприяють підвищенню ефективності будівництва. Такі теорії виходять з фізичних законів трансформованих в теорію опору матеріалів, теоретичної і будівельної механіки та враховують практику і досвід будівництва [1–3].

Винайдення нових підходів, теорем для розрахунку конструкцій – це один із шляхів прогресу у будівництві [4–9]. Впровадження нових теорем у розрахункову практику проєктування відкриває шлях до надійності в проєктуванні та ефективності будівельного сектору економіки [1–3].

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Як відомо, в розрахунках конструкцій традиційно оперують умовним поняттям згинального моменту $M_{згин}$. Відносно перерізу площина дії згинального моменту розташована перпендикулярно. Результуючий згинальний момент в поперечному перерізі будівельної конструкції вважається рівним алгебраїчній сумі моментів розрахованих відносно точки центру ваги перерізу від зовнішніх сил, які діють по один бік від обраного перерізу [1, с. 114]. Згинальний момент можна представити як суму моментів усіх внутрішніх сил у поперечному перерізі відносно головних центральних його осей перерізу.

В теорії опору матеріалів для визначення опорних реакцій конструкцій пропонується виходити з іншого, більш загального поняття – моменту сили відносно точки M_r . В цьому разі сума моментів усіх сил відносно будь-якої точки конструкції балки в статиці дорівнює нулю: $\Sigma M_r = 0$ [2, с. 46].

Постановка проблеми. Виходячи з базового поняття фізики, щодо оберտального ефекту дії сил, доведемо, що можна знайти деформації і напруження в перерізі конструкції балки.

Момент сили, на відміну від згинального моменту, враховує обертальний ефект усіх сил відносно розрахункової точки перерізу [3, с. 47]. Такий підхід до розрахунку базовий, фізично обґрунтований, зручний у користуванні і надійний для проєктної будівельної практики.

Метою дослідження є визначення нової теореми, що дозволяє вести розрахунок будівельних елементів на основі моменту обертання сили в перерізі задля його спрощення і можливості визначення поздовжньої сили.

Виклад основного матеріалу дослідження. Представимо лінію перерізу плоскої моделі у вигляді множини послідовно розміщених точок. Для можливості розрахунку момент сили M_T визначається для кожної з точок, що утворюють лінію перерізу.

Автором запропоновано будувати епюру моментів сили M_T не вздовж поздовжньої осі балки, як це прийнято для згинального моменту $M_{згин.}$, а за висотою перерізу H . Моменти сил, що діють відносно кожної з точок, що належать лінії перерізу у своїй сукупності створюють епюру обертального моменту в перерізі. Такий підхід не має обмежень, і такий переріз може бути зорієнтований вільно у будь-якому напрямку по відношенню до поздовжньої осі будівельної конструкції. В перспективі реалізації тривимірної моделі можливе визначення моментів обертання для усіх умовних точок масиву, що складають розрахунковий об'єм або взагалі цілу конструкцію.

Сформулюємо характерні положення, щодо правил побудови епюр моментів сил обертання M_T .

1. Сили направлені паралельно площині перерізу створюють постійний за величиною обертальний момент в усіх точках лінії перерізу.

2. Сила направлена перпендикулярно площині перерізу створює нульовий момент обертання у точці її прикладання.

3. Сила направлена під вертикальним кутом до площини перерізу може бути розкладена як проекція на паралельну і перпендикулярну складові та обчислена з врахування пунктів 1 і 2, наведених вище.

4. Сила, що належить площині обраного перерізу не створює моменту.

5. Від дії зосереджених сил в перерізі сумарна епюра моментів сил обертання – лінійна.

Для побудови результуючої епюри моменту сили обертання M_T складають суму добутків сил зовнішнього навантаження і довжин їх плечей відносно точок перерізу, що розглядаються. Правило знаків можна прийняти як в теоретичній механіці – сили, що умовно обертаються відносно обраної розрахункової точки перерізу в напрямку за годинниковою стрілкою створюють від'ємний момент, а сили, що умовно обертаються проти ходу стрілки створюють додатний момент. Так як у нас епюра моментів сил обертання лінійна, тому достатньо визначити положення лише двох точок і з'єднати їх.

В принципі, для визначення напружень і деформацій в конструкції можна використати інтеграл Мора і правило Верещагіна для його обчислення. Для визначення деформацій і напружень в перерізі конструкції, маючи епюру від навантаження, необхідно побудувати фіктивні епюри моментів від одиничних сил. Тоді шляхом перемноження епюр моментів можна визначити деформації та напруження в поперечному перерізі конструкції.

За пропозицією автора *інтегрування* тут здійснюється *за висотою перерізу*, тому й при визначенні відносних деформацій *добуток моментів слід ділити у формулах на висоту перерізу*. Якщо в інтегралі Мора використати одиничну епюру моментів від зосередженої сили, то отримаємо лінійні деформації за напрямком дії одиничної сили, а у випадку застосування одиничного моменту – знайдемо кути повороту в точках перерізу.

Автором запропоновано теорему [10]:

Диференціал функції обертального моменту сили за висотою перерізу визначає силу направлену по нормалі до цього перерізу:

$$\frac{dM_T}{dh} = N \quad (1)$$

Для вертикального перерізу конструкції балки зазначений диференціал дає поздовжню силу.

Слід зазначити, що при традиційному розрахунку [11] використовують диференціювання іншого, більш складного параметра – згинального моменту за довжиною балки і отримують, на відміну від формули (2), поперечну силу. Крім того, деформації і напруження в перерізі залежать тут від величини поздовжньої сили і згинального моменту.

Оскільки в запропонованому розрахунку момент сили M_T втілює в собі обидва фактори, то напруження і деформації в перерізі можуть бути визначені через нього. Слід врахувати, що рівню центру ваги епюри навантажень відповідає рівень розташування нейтральної лінії в перерізі. Тут, чим менша площа епюри навантаження – Ω , тим менші і напруження й деформації в обраному перерізі. Цю особливість можна врахувати для визначення напружень і деформацій.

Скористаємося інтегралом Мора, застосовувавши метод перерізів. Умовно побудувавши сумарні епюри моменту сили відносно точок перерізу можна знайти напруження й деформації.

Величина напружень в перерізі конструкції може бути визначена за формулою:

$$\sigma = \frac{N}{F_{red}} \pm \frac{M_{згин}}{I_{red}} y \quad (2)$$

Тут силові фактори N – поздовжня сила, $M_{згин}$ – сумарний згинальний момент, та геометричні параметри F і I – площа і момент інерції перерізу, y – рівень, для якого визначаються напруження.

Виходячи з закону Гука, відносні деформації ε можна визначити як частку від ділення напружень σ на приведений модуль деформацій E_{red} :

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E_{red}} \quad (3)$$

Виконаємо доведення на прикладі балки, що ті ж самі результати можна одержати, виходячи з запропонованого методу розрахунку, а саме сумарного моменту сил відносно точок, що належать лінії обраного перерізу.

За інтегралом Мора переміщення визначаються нормальною силою і згинальним моментом залежністю:

$$\delta = \int_1 \frac{N_p \bar{N}}{E F_{red}} dx + \int_1 \frac{M_{xp} \bar{M}_x}{E I_{red}} dx \quad (4)$$

Так, для балки за наведеною формулою знаходять прогини в прольоті та кути повороту її на опорах.

Для втілення запропонованої теореми пропонується змінити формулу (5) для визначення деформацій в поперечному перерізі балки. Для цього інтегрування будемо вести за висотою балки H , а не за її довжиною l . Також кардинально **змінимо вирази, які враховують окремо вплив нормальної сили N і згинального моменту $M_{згин}$ на запропонований вище загальний вираз моменту сили відносно точок, що належать обраному перерізу M_T** . В результаті вперше одержимо інший, дещо спрощений вираз для визначення лінійних відносних деформацій в перерізі:

$$\varepsilon = \frac{\delta}{H} = \int_H \frac{M_{т.п} \bar{M}_h}{H E I_{red}} dh \quad (5)$$

Тут $M_{т.р}$ – обертальний момент сили від зовнішнього навантаження, M_h – обертальний момент сили від фіктивного одиничного навантаження, $E I_{red}$ – жорсткість.

Для конструкції з бетонним тілом можна врахувати повзучість бетону. Тоді одержимо:

$$\varepsilon = \int_H \frac{M_{т.р} \overline{M}_h}{H \varphi E I_{red}} dh \quad (6)$$

де φ – коефіцієнт, що враховує вплив ефекту повзучості бетону.

Якщо у формулі (7) за одиничне навантаження прийняти одиничний момент $m=1$, то одержимо вираз для кута повороту:

$$\theta = \int_H \frac{M_{т.р} \overline{M}_h}{H \varphi E I_{red}} dh \quad (7)$$

Тут діє передумова розрахунку, що перерізи плоскі як до навантаження, так і після його дії. Згідно гіпотези плоских перерізів, кути повороту для всіх точок перерізу, будуть постійні за величиною і рівні θ . Слід підкреслити, що згаданий переріз може бути орієнтований під будь-яким кутом і у будь-якому напрямку по відношенню до поздовжньої осі конструкції.

Для обчислення інтегралу застосуємо спосіб перемноження епюр Верещагіна, так як вони тут лінійні :

$$\int_H \frac{M_{т.р} \overline{M}_h}{H \varphi E I_{red}} dh = \frac{\Omega_t M_c}{H \varphi E I_{red}} \quad (8)$$

де Ω_t – площа епюри навантаження, M_c – значення моменту одиничної епюри в перерізі на рівні центру ваги епюри навантаження.

Визначити деформації та напруження у поперечному перерізі конструкції можна шляхом перемноження відповідних епюру моментів. Для множення епюр моментів найпоширеніших типів за рівнянням (6) можуть бути складені таблиці.

Для визначення напруження з формули (9) виключаємо модуль E і одержуємо рівняння:

$$\sigma = \frac{\Omega_t M_c}{H \varphi I_{red}} \quad (9)$$

Таким чином, виходячи з теореми про диференціал функції обертального моменту сили можна визначити напруження і деформації, застосувавши метод перерізу і побудувавши епюру повних силових моментів для точок перерізу.

Висновки і пропозиції. Запропонована теорема для розрахунку будівельних конструкцій у вигляді диференційної залежності моменту сили обертання за висою перерізу для визначення поздовжньої сили в перерізі ефективна. За її наслідками використання визначено залежності для напружень та деформацій. Застосування теореми дозволяє перевірити існуючі розрахунки та виконати розрахункову частину нового проекту в будівництві.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ:

1. Степин П.А. Сопротивление материалов.-7-е изд. М.: Высш.шк.,1983. С. 114.
2. Писаренко Г.С., Квітка О.Л., Уманський Е.С. Опір матеріалів. К.: Вища шк., 1993. С. 46.

3. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики. 8-е изд. М.: Наука, 1972, С. 47.
4. Leonhard F. "Spannbeton" für die Praxis. Wyd.3. Ernst u. Sohn, Berlin-München-Dusseldorf, 1973, 246 p.
5. Бабич Є.М., Бабич В.Є. Розрахунок і конструювання залізобетонних балок: навчальний посібник/ Є.М. Бабич, В.Є. Бабич. 2-ге видання, перероблене і доповнене. Рівне: НУВГП, 2017. С. 19–62.
6. Eurocode 2: Design of Concrete Structures. Part 1-1: General rules and rules for building: EN 1992-1. Brussels: CEN, 2004. P. 30–82.
7. Чеканович М. Г. Метод попереднього напруження залізобетонних конструкцій, що підвищує їх міцність. *Таврійський науковий вісник. Серія: Технічні науки. Херсон : Видавничий дім «Гельветика», 2022. Вип. 2. С. 57–62.*
8. M Chekanovych Stress-Strain state of reinforced concrete beams strengthened with a flexible rod-roller system – AIP Conference Proceedings, 2023. С. 65–69.
9. High performance concrete structures/ M. Chekanovych //Life cycle assessment, behavior and properties of concrete and concrete structures. Proceeding of International Conference. 2004, Brno, Czech Republic, P. 130–135.
10. Свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір № 55568 України. Науково-технічний твір «Теореми про диференціальний зв'язок між обертальним моментом, поздовжньою силою та інтенсивністю розподіленого навантаження» / Автор – М. Г. Чеканович, Державна служба інтелектуальної власності України. Дата реєстрації 11.07.2014.
11. Розрахунок будівельних конструкцій: навчальний посібник / М.Г. Чеканович, О.Є. Янін. Видання 2-ге, доповнене і перероблене. Херсон: ОЛДІ-ПЛЮС, 2021. С. 60–75.

REFERENCES:

1. Stepyн P.A. (1983) Soprotyvlenye materialov. 7-e yzd. M.: Vissh.shk., S. 114.
2. Pysarenko H.S., Kvitka O.L., Umanskiy E.S. (1993) Opir materialiv. K.: Vyshcha shk., S. 46.
3. Tarh S.M. (1972) Kratkyi kurs teoretycheskoi mekhaniky. 8-e yzd. M.: Nauka, S. 47.
4. Leonhard F. (1973) "Spannbeton" für die Praxis. Wyd. 3. Ernst u. Sohn, Berlin-München-Dusseldorf, 246 p.
5. Babych Ye.M., Babych V.Ie. (2017) Rozrakhunok i konstruiuvannya zalizobetonnykh balok: navchalnyi posibnyk/ Ye.M. Babych, V.Ie. Babych. 2-he vydannia, pereroblene i dopovnene. Rivne: NUVHP, S. 19–62.
6. Eurocode 2: Design of Concrete Structures. Part 1-1: General rules and rules for building: EN 1992-1. Brussels: CEN, 2004. P. 30–82.
7. Chekanovych M. H. (2022) Metod poperednoho napruzhennia zalizobetonnykh konstruktsii, sheho pidvyshchuie yikh mitsnist. Tavriyskyi naukovyi visnyk. Seriia: Tekhnichni nauky. Kherson : Vydavnychiy dim "Helvetyka", Vyp. 2. S. 57–62.
8. M. Chekanovych (2023) Stress-Strain state of reinforced concrete beams strengthened with a flexible rod-roller system – AIP Conference Proceedings. S. 65–69.
9. High performance concrete structures / M. Chekanovych //Life cycle assessment, behavior and properties of concrete and concrete structures. Proceeding of International Conference. 2004, Brno, Czech Republic, P. 130–135.
10. Svidotstvo pro reiestratsiiu avtorskoho prava na tvir № 55568 Ukrainy. Naukovo-tekhnichnyi tvir "Teoremy pro dyferentsialnyi zviazok mizh obertalnym momentom, pozdovzhnoiuy siloiu ta intensyvniustiu rozpodilenooho navantazhennia" / Avtor – M. H. Chekanovych, Derzhavna sluzhba intelektualnoi vlasnosti Ukrainy. Data reiestratsii 11.07.2014.
11. Rozrakhunok budivelnykh konstruktsii: navchalnyi posibnyk / M.H. Chekanovych, O.Ie. Yanin. Vydannia 2-he, dopovnene i pereroblene. Kherson: OLDI-PLIUS, 2021. S. 60–75. I. Leonhard F. "Spannbeton" für die Praxis. Wyd. 3. Ernst u. Sohn, Berlin-München-Dusseldorf, 1973, 246 p.