#### УДК 004.986 DOI https://doi.org/10.32782/tnv-tech.2025.1.10

# ВІДТВОРЕННЯ ПРОСТОРОВО-ЧАСОВОЇ МОДЕЛІ ШВИДКОПЛИННИХ РУЙНІВНИХ ПРОЦЕСІВ ЗА ДОПОМОГОЮ ДИСТАНЦІЙНОГО ЗОНДУВАННЯ

**Любимов О. С.** – аспірант кафедри програмних засобів і технологій Херсонського національного технічного університету ORCID ID: 0009-0004-7800-7322

Шерстюк В. Г. – доктор технічних наук, професор, проректор Херсонського національного технічного університету ORCID ID: 0000-0002-9096-2582

У статті представлено новий метод побудови м'якої сірої нечіткої моделі швидкоплинного руйнівного процесу за допомогою дистанційного зондування групою безпілотних літальних апаратів на прикладі лісової пожежі. Запропонований підхід дозволяє отримати тривимірну просторово-часову модель розповсюдження фронту вогню, рух якого відображає динаміку процесу. Для подолання невизначеності спостережень, викликаної впливом вітру, диму, турбулентності та вібраціями, перешкодами, викривленнями та спотвореннями побудовано комплексну модель невизначеності, засновану на спільному застосуванні нечітких і м'яких множин та «сірих» чисел. Для організації дистанційного зондування групою безпілотних апаратів розроблено просторову модель, засновану на ієрархічній структурі вокселів, що подають ділянки тривимірного простору для співставлення зображень з різних позицій, та рекурсивній моделі октодерева, що дозволяє вирішити протиріччя між точністю спостережень і швидкістю побудови моделі. Визначено множину можливих станів вокселів, запропоновано їх класифікацію, розроблено метод обчислення тривимірного вектору спостереження, поданого масивом векторів впевненості, за допомогою яких визначають сірий нечіткий стан вокселів, що дозволяє поєднувати спостереження від різних спостерігачів та послідовно їх уточнювати. Розвиток швидкоплинного руйнівного процесу подано м'якою сірою нечіткою множиною вокселів, які відносять до певного стану в певний момент, що дозволяє визначити переконливий, невизначений, підозрілий та негативний компоненти моделі процесу, при цьому переконливий компонент подає стабільне ядро фронту вогню, невизначений компонент – його змінну, викликану невизначеністю спостережень, негативний компонент – простір, не задіяний у розвитку процесу. За допомогою підозрілого компоненту моделюється неповнота спостережень. Запропонований метод дозволяє відтворювати швидкоплинні просторово-розподілені руйнівні процеси різних класів, згладжуючи ефекти спотворень і шумів та забезпечуючи прийнятну продуктивність.

**Ключові слова:** безпілотний літальний апарат, дистанційне зондування, багаторакурсне спостереження, невизначеність, фронт вогню, воксель, октодерево, сіра нечітка м'яка множина.

# Liubimov O. S., Sherstjuk V. G. Reconstruction of a spatial-temporary model of fast destructive processes using remote sensing

The paper presents a new method for constructing a soft gray-fuzzy model of a rapid destructive process using remote sensing by a group of unmanned aerial vehicles on the example of a forest fire. The proposed approach allows obtaining a three-dimensional spatiotemporal model of the fire front spreading, the movement of which reflects the dynamics of the process. To overcome the uncertainty of observations caused by the influence of wind, smoke, turbulence and vibrations, obstacles, curvatures and distortions, a complex uncertainty model was constructed, based on the joint use of fuzzy and soft sets as well as "gray" numbers. To organize remote sensing by a group of unmanned aerial vehicles, a spatial model was developed based on the hierarchical structure of voxels that provide areas of three-dimensional space for comparing images from different positions, and a recursive octotree model, which allows resolving the contradiction between the accuracy of observations and the speed of model construction. A set of possible

104

voxel states is determined, their classification is proposed, a method for calculating a threedimensional observation vector is developed, represented by an array of confidence vectors, with the help of which the grey-fuzzy state of voxels is determined, which allows combining observations from different observers and sequentially refining them. The development of a rapid destructive process is represented by a soft grey-fuzzy set of voxels, which are attributed to a certain state at a certain moment, which allows determining the convincing, uncertain, suspicious and negative components of the process model, while the convincing component represents the stable core of the fire front, the uncertain component – its variable caused by the uncertainty of stable core of the fire from, the uncertain component – its variable caused by the uncertainty of observations, the negative component – the space not involved in the development of the process. The incompleteness of observations is modeled using the suspicious component. The proposed method allows reproducing rapid spatially distributed destructive processes of different classes, smoothing out the effects of distortions and noise and providing acceptable performance. **Key words:** unmanned aerial vehicle, remote sensing, multi-view observation, uncertainty,

fire front, voxel, octotree, soft gray fuzzy set.

Постановка проблеми. Суттєве прискорення зміни клімату, посилення урбанізації, індустріалізація та багато інших негативних наслідків діяльності людини стали викликом для природи, і чим більш інтенсивними та руйнівними вони стають, тим більше людство стикається з руйнівними процесами. Наразі світ перевантажений стихійними лихами – масштабними повенями, лісовими пожежами, раптовими зсувами грунтів, землетрусами, цунамі, торнадо та іншими швидкоплинними явищами, що утворюють ланцюги небажаних подій і викликають катастрофи через вплив низки людських факторів, в т.ч. неуважність та недбалість [1]. Оскільки людство ще не адаптувалося до природних катастроф та не створило адекватних методів прогнозування та запобігання стихійним лихам, то займається переважно локалізацією та ліквідацією їх наслідків. Більшість природних явищ є випадковими, нестаціонарними, нелінійними та непередбачуваними процесами, які швидко розвиваються у просторі та часі та, як правило, характеризуються слабкою спостережуваністю [2]. Такі природні явища складають клас швидкоплинних динамічних просторово-розподілених процесів руйнівного характеру.

На сьогоднішній день не існує способів побудови надійних, адекватних або навіть прийнятних математичних моделей швидкоплинних руйнівних процесів (ШРП) для їх прогнозування та попередження. Слабка спостережуваність ШРП, їх значні масштаби, інтенсивність та швидкість розповсюдження ускладнюють умови вирішення задач локалізації, реагування та ліквідації наслідків природних катастроф, які грунтуються переважно на візуальних спостереженнях, що є неповними і неточними. Отже, проблема інформаційної підтримки вирішення задач локалізації, реагування та ліквідації наслідків ШРП є надзвичайно актуальною.

З іншого боку, крім нових викликів з'явились і нові можливості, пов'язані з розвитком безпілотних літальних апаратів (БПЛА), технологій дистанційного зондування, обробки зображень, машинного навчання тощо. Досягнутий рівень розвитку дає можливість використовувати БПЛА для успішного вирішення задач спостереження в умовах, небезпечних для здоров'я і навіть життя спостерігача. БПЛА можуть спостерігати за розвитком ШРП «зверху», що дозволяє максимально наблизитися до спостережуваних подій та утримуватись на безпечній відстані від них [3].

Можливість спостереження ШРП за допомогою БПЛА «зверху» та «збоку» дозволяє значно ширше охоплювати просторово-розподілені події, досягаючи принципово іншого рівня ситуаційної обізнаності осіб, що приймають рішення щодо локалізації, реагування та ліквідації наслідків ШРП, на відміну від візуального спостереження. Оскільки ефективність виявлення, локалізації та моніторингу ШРП найбільше залежить від обізнаності осіб, які приймають рішення,

щодо динаміки процесів, застосування методів дистанційного зондування за допомогою БПЛА у системах моніторингу ШРП є перспективним напрямком досліджень.

Просторово-часова модель ШРП має бути тривимірною, що спонукає вирішувати задачу їх моніторингу одразу з декількох точок спостереження, одночасно і синхронно застосовуючи групу БПЛА, що дозволяє оцінювати в реальному часі висоту фронту полум'я під час лісової пожежі (ЛП) або глибину зсуву ґрунту тощо [4].

Однією з таких сфер застосування груп БПЛА є системи моніторингу ЛП [5]. БПЛА можуть використовувати оптичні, інфрачервоні камери, лідари та інші сучасні датчики для спостереження ЛП в режимі реального часу, і, на відміну від людей, можуть літати досить близько до вогню. Однак вогонь, дим і вітер спотворюють картину поширення ЛП, а мінливість погоди, палива і рельєфу місцевості ускладнює прогнозування напрямку і швидкості поширення ЛП, що заважає отримати достовірну інформацію для планування та проведення операції з ліквідації ЛП. Свій вплив спричиняють також турбулентність і вібрації БПЛА. Крім того, існують певні просторові обмеження, такі як множинність осередків ЛП, сегментація фронту ЛП, мінливість палива та рельєфу місцевості. Тож під впливом всіх цих чинників при одночасному використанні для спостереження декількох БПЛА, їхні спостереження є неповними і неточними, але важливою перевагою їх використання є те, що вони можуть спостерігати за рухомим процесом, тобто змінювати точку зору на ситуацію, і можуть наблизитися до певної цільової точки набагато ближче, ніж людина. Оскільки подолати невизначеність спостережень, не наближаючись до небезпечних подій ближче, ніж дозволяють міркування безпеки, неможливо, особливості просторово-розподілених ШРП не дозволяють повноцінно спостерігати процес з однієї точки спостереження навіть у разі безперервного руху БПЛА, тому розв'язання задачі відтворення моделі процесу потребує одночасного спостереження з кількох різних точок [6]. При використанні декількох БПЛА повнота спостережень істотно додається, але виникає проблема їх несумісності та суперечливості.

Відомо, що особи, які приймають рішення, повинні мати ситуаційну інформацію для планування операцій реагування, тобто вони повинні розуміти розвиток процесу, оцінювати напрямки та швидкість поширення ЛП. На щастя, це не потребує занадто детальної інформації, але має бути своєчасна інформація про висоту, ширину, силу, напрямки та швидкість фронту вогню. Крім того, суттєвий обмежуючий вплив має фактор часу: чим швидше буде визначена динаміка процесу і розташування фронту пожежі, тим швидше особа, яка приймає рішення, зможе спланувати операцію реагування та придушення ЛП.

Моделлю ЛП як певного класу ШРП є модель розповсюдження фронту вогню [7]. Отже, для побудови тривимірної просторової моделі поширення фронту пожежі в динаміці необхідно адекватно врахувати всі фактори невизначеності спостережень, включно з їх неповнотою, неточністю і суперечливістю. Вирішення проблеми коректного подання багаторакурсних спостережень з кількох БПЛА з врахуванням факторів невизначеності під час моделювання ШРП з використанням сучасних технологій дистанційного зондування та обробки зображень є предметом дослідження в цій статті.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. У кожному процесі завжди є певна детермінанта, яка відображає його динаміку. Наприклад, у процесі ЛП таким визначальником є фронт пожежі, який формується під впливом високотемпературної

реакції горіння і переміщується, залишаючи вже вигорілі ділянки, де не залишилося палива для реакції горіння, і охоплюючи нові території, де є паливо [8]. Чим сильніший вогонь, тим вищий і ширший фронт пожежі. Таким чином, реконструкція процесу ЛП – це тривимірне відтворення фронту пожежі за даними спостережень її ознак в певних точках простору, а саме вогню, полум'я, диму, високої температури [9]. Наявність перших трьох ознак можна розпізнати за допомогою оптичних камер, а четвертого – за допомогою інфрачервоних камер. У будь-якому випадку необхідно використовувати сучасні методи комп'ютерного зору та дистанційного зондування для оцінки поверхні (контуру) пожежі, що фіксується датчиками. Це завдання досить схоже на завдання розпізнавання об'єктів. Тривимірну модель об'єкта можна відтворити шляхом послідовного сканування його поверхні з декількох точок спостереження. Детальний огляд методів розпізнавання об'єктів наведено в [10], але в ній об'єкти розглядають як статичні, в той час як ЛП – динамічний процес. Таким чином, відомі методи розпізнавання об'єктів є недостатніми у контексті вирішуваної задачі [11], однак вони забезпечують можливість послідовного розпізнавання положення та стану фронту пожежі з отриманням моделі його руху, яка відображає процес поширення ЛП. Для подолання обмежень видимості при спостереженні було запропоновано метод багаторакурсної реконструкції об'єкта [12], що дозволяє сканувати об'єкти в реальному часі, але є досить чутливим до непевних спостережень.

Найбільш релевантним до вирішуваної задачі є об'ємний підхід [13], де розглядаються як реальні 3D-об'ємні методи, які описують об'єкти за допомогою 3D-хмар точок, так і 2,5D-методи, які описують лише виміряну висоту (або глибину) для певної 2D-області. І 3D-, і 2.5D- методи є надчутливими до шумів сенсорів і не можуть розрізняти підозрілі ділянки [14]. Очевидно, що полум'я є певною суттєвою ознакою фронту вогню, яка має змінну форму та колір. Крім того, вплив диму, вітру, відблисків і мерехтіння істотно ускладнюють розпізнавання ознак полум'я.

Таким чином, різного роду спотворення та перешкоди призводять до появи множини нерозпізнаних і невизначених елементів у сканованому зображенні, тому потрібно оцінити деякі ознаки пожежі (полум'я, дим тощо) у певних областях за ступенем їх достовірності на основі невизначеності. спостереження. Об'ємний 3D-метод, запропонований у [15], використовує м'яку наближену модель невизначеності для опису фронту пожежі хмарою розмитих 3D-комірок. Інший підхід є імовірнісним, що подає невизначеність у термінах шансів [16], але є релевантним лише стохастично стабільним даним. Отже, для вирішення поставленої задачі розпізнавання образів більш підходять різні неімовірнісні методи.

Найпоширенішими з них є нечіткі множини [17], які є зручним інструментом для подання розпливчастих даних ступенем приналежності певного елемента. Наближені множини [18] також є інструментом для роботи з неточними або зашумленими даними на основі відношення нерозрізненості, що апроксимує їх двома чіткими множинами, що називаються нижнім і верхнім наближенням. Нечіткі множини в основному подають суб'єктивні невизначеності, що підкреслюють нечіткість інформації, тоді як наближені множини в основному подають суб'єктивні невизначеності, що підкреслюють нечіткість інформації, тоді як наближені множини в основному подають об'єктивні невизначеності, що відповідають неповній інформації. Обидва підходи ідеально доповнюють один одного і тому часто поєднуються, однак обидва мають і спільний недолік – їм обов'язково потрібна апріорна інформація про функцію приналежності або відношення нерозрізнення, яку неможливо отримати заздалегідь під час реконструкції динамічного процесу. М'яка множина [19] є моделлю як

неточності, так і невизначеності, які формалізовано за допомогою параметризації певного роду, яка вільна від апріорної інформаційної неадекватності. Сірі числа [20] також можуть бути адекватною моделлю у випадках, коли точне значення не зовсім відоме. Вони визначаються певною множиною значень, наприклад, інтервалів, але подає лише одне з них.

Зазвичай реконструкція фронту ЛП виконується в невизначених умовах різного характеру, які неможливо змоделювати окремо неповною, неточною або нечіткою інформацією. Ступені впевненості просторово розподілені та динамічні, тоді як простір спостереження досить розріджений і містить багато невизначених і підозрілих областей. Оскільки нечітка, наближена, м'яка та «сіра» моделі тісно пов'язані між собою та доповнюють одна одну [21], доцільно об'єднати їх у певну комплексну модель, що відображатиме як об'єктивну, так і суб'єктивну невизначеність.

Таким чином, незважаючи на загальний прогрес у галузі реконструкції об'єктів та обробки зображень в умовах невизначеності, багато проблем ще мало відображені в літературі, залишаються недостатньо дослідженими та потребують подальших досліджень. Щоб подолати недоліки, з одного боку, потрібно прискорити процес реконструкції фронту пожежі, уникаючи ітераційних «важких» процесів, а з іншого боку, запобігти впливу спотворень, перешкод і шумів на зорове сприйняття.

Формулювання цілей статті. Задача побудови моделі ШРП може бути вирішена за допомогою тривимірного (об'ємного) багаторакурсного дистанційного зондування просторових областей групою з декількох БПЛА з урахуванням присутньої спостереженням неповноти, невизначеності та суперечливості. Дослідження проводиться на прикладі ЛП як окремого класу ШРП.

**Мета роботи:** дослідити підходи до вирішення актуальної проблеми побудови тривимірних просторово-часових моделей швидкоплинних руйнівних процесів на основі багаторакурсного дистанційного зондування групою БПЛА з урахуванням невизначеності, спотворень, перешкод і шумів.

Виклад основного матеріалу. Основна ідея цієї роботи полягає в тому, що певні спостережувані ознаки ШРП (у випадку ЛП – полум'я або дим) відповідають певному стану (горить, вигоріло, ще не зайнялося тощо) певної просторової області. Спостерігаючи ці ознаки в межах просторової області, можна її віднести з певним ступенем впевненості до відповідного (за станом) класу просторових областей. Оскільки простір спостереження є розрідженим, а спостереження – неточними і неповними, різні невпевнені, невизначені та підозрілі області також можливо апроксимувати з певним ступенем належності до конкретного класу просторових областей.

Враховуючи одночасний вплив декількох факторів невизначеності різної природи, для визначення ступеня належності деякої просторової області до певного класу просторових областей маємо побудувати складну модель, що об'єднуватиме нечіткі, м'які множини та «сірі» числа.

## 1. Реконструйована сцена

Багаторакурсне дистанційне зондування ЛП групою БПЛА зображено на рис. 1.

Очевидно, що фронт пожежі можна визначити за ознаками полум'я, однак дим маскує полум'я, а вітер робить і дим, і полум'я динамічними.

Реконструйована сцена визначається як конфігурація певних позицій, як показано на рис. 2. Позиція – це точка огляду, в якій просторове положення

визначається геолокацією БПЛА та орієнтацією його сенсорів, які зазвичай вибирають відповідно до горизонтальної та вертикальної нормалей до площини зображення. Кожна пара позицій забезпечує стереозображення.



Рис. 1. Багаторакурсне дистанційне зондування фронту пожежі групою БПЛА



Рис. 2. Реконструйована сцена

На основі відомої геолокації БПЛА в кожній стереопарі та відносної геометрії їхніх позицій можна вирахувати глибину сцени та, відповідно, оцінити геолокацію просторових елементів, які спостерігаються із зазначених позицій.

# 2. Просторова модель

Для вирішення задач тривимірного моделювання найчастіше використовуються дискретні просторові моделі, у яких тривимірний евклідів простір C дискретизовано сіткою  $D = \{d_{xyz}\}$  ізометричних кубічних комірок  $d_{xyz}$  розміром

 $\delta \times \delta \times \delta$  індексованих уздовж осей X, Y, і Z. Однак, простота такої моделі має зворотну сторону, яка є її головним недоліком. Оскільки фронт вогню рухається, залишаючи позаду вже вигорілі області, де не залишилося палива для подальшого горіння, та охоплює все нові й нові області, де паливо ще доступне, то сітка D має щоразу динамічно розширюватися новими рядками та стовпцями комірок, бо фронт вогню охоплює нові території. В той же час, з сітки D слід видаляти рядки та стовпці комірок, які відповідають вже вигорілим ділянкам.

Це створює наступні дві проблеми:

1. Треба будувати простір спостереження максимально можливого розміру, щоб забезпечити можливість розвитку просторово-розподіленого процесу ЛП до максимальних меж, які початково невідомі, при цьому виникає не тільки проблема обмеження обсягу пам'яті, але й проблема значного зниження продуктивності через надмірно великі розміри простору.

2. Кожна комірка потребує своєї геолокалізації та геоприв'язки під час обробки зображення, що уповільнює побудову моделі. Чим вища точність сенсорів, тим менший розмір комірки і тим більше падіння продуктивності через надмірну кількість комірок.

Щоб вирішити суперечність між точністю моделі фронту пожежі та швидкістю її побудови, необхідно побудувати таку просторову модель, яка містить переважно множину комірок, які в даний момент часу відповідають просторовому розташуванню фронту пожежі або наближеним до нього областям. Вочевидь, це суттєво зменшить кількість комірок, які потребують обробки. Для цього використаємо не тільки комірки в сітці D, а й віртуальну ієрархічну структуру I, відому як октодерево (рис. 3) [22] на основі сітки вокселів, які розглядаються як певні кубічні об'єми однакового розміру.



Рис. 3. Просторова структура на основі октодерева

Хоча вокселі трохи схожі на комірки, що дискретизують простір у сітці D, але вони організовані в зовсім інший спосіб. Кожен воксель розглядається як вузол певної деревоподібної структури, яку називають октодеревом. Октодерево I засноване на принципі рекурсивного восьмикратного поділу просторових областей і подає певний октант вузлів на кожному k-му рівні ієрархії, який може бути визначений кортежем  $I_k = \langle \bot_k, G_k, \prec_k \rangle$ , де  $G_k$  – набір вузлів,  $\prec_k$  – частковий порядок включення на  $G_k$ ,  $\bot_k \epsilon$  найменшим елементом  $\prec_k$ . Тоді кожен вузол  $g_l \in G_k$  подає воксель як певний кубічний об'єм. Розбиття деякого вузла  $g_l$  рівня k рекурсивно, можна визначити інший октант підвузлів (наприклад, підблоків) меншого розміру на нижчому (k-1) рівні октодерева I. Така рекурсія може застосовуватися зверху вниз або знизу вгору. Якщо 0 є найнижчим рівнем I, менший

віртуальний ящик  $g_q \in G_0$  може бути поданий певною коміркою  $d_{xyz}$  сітки D. Для реалізації ієрархічної структури I використаємо бібліотеку OctoMap [22], в якій усі вузли Octree були доповнені вектором ознак (рис. 4), який подає побітово узагальнений стан вкладених підблоків у термінах ознаки вогню та диму.



Рис. 4. Ієрархічна структура вокселів

Отже, ми маємо можливість розглянути фронт вогню як 3D множину F вокселів  $\{g_1, ..., g_j\} \in G_i$  на певному рівні ієрархії i октодерева I, кожен з яких може бути рекурсивно поділено вниз до рівня комірки. Якщо пожежа охоплює нову територію, ми додаємо новий (i+1) рівень на вершині структури I, розглядаючи i-й рівень як один із його підвузлів. Якщо деякі області вже були спалені, відповідні посилання вузлів можна просто видалити з I.

### 3. Визначення стану вокселя

Нехай  $\Omega = \{\omega_1, ..., \omega_7\}$  – набір можливих станів вокселів (табл. 1).

T (	-1
Гаопиня	1
таолици	-

Клас	Стан	Відповідність
$\omega_{l}$	Порожній	Зони, вільні від вогню
$\omega_2$	Полум'я	Ділянки з ознаками полум'я
$\omega_3$	Дим	Ділянки з ознаками диму
$\omega_4$	Спалені	Ділянки, які вже вигоріли
$\omega_5$	Паливо	Ділянки, де рослинність готова до спалювання
$\omega_{6}$	Невизначений	Невизначені або підозрілі області щодо стану горіння
$\omega_7$	Невідомий	Закриті ділянки або ділянки, які не помітили датчики

Стани воисонів

«Порожній» стан ( $\omega_1$ ) відповідає вокселям, які знаходяться безпосередньо між сенсором і поверхнею, що представлена полум'ям і димом, і визначають зони «вільні від вогню». Ознаки полум'я ( $\omega_2$ ) означають, що воксель відповідає «поверхні вогню», а ознаки диму ( $\omega_3$ ) означають, що воксель відповідає «хмарі диму», обидва стани зі значним ступенем впевненості. «Згорілий» стан ( $\omega_4$ ) відповідає вокселям, які містять вже обгорілі ділянки і не можуть бути залучені

до процесів горіння в майбутньому. Стан «паливо» ( $\omega_5$ ) відповідає вокселям з ділянками, вкритими рослинністю, які в цей час не беруть участі в процесах горіння, але можуть зайнятися внаслідок готовності палива. До класу  $\omega_1$  належать ділянки, на яких немає горючої рослинності. «Невизначений» стан ( $\omega_6$ ) відповідає вокселям, які не можуть бути надійно класифіковані за класами стану  $\omega_1 - \omega_5$ на основі даних, отриманих сенсорами. Такі вокселі в основному відповідають підозрілим ділянкам, які, можливо, залучені до процесу горіння, але немає достатньої впевненості через непевні спостереження. Стан «невідомий» ( $\omega_7$ ) відповідає як вокселям, зображення яких перекрите вокселями інших класів, що перешкоджають сприйняттю фронту пожежі, так і вокселям, які взагалі не були помічені сенсорами.

Спочатку сцена реконструкції представлена тривимірною множиною вокселів, позначених «невідомим» станом. Залежно від результату обробки зображення кожен воксель повинен отримати певний клас  $\omega_i \in \Omega$ . Очевидно, що вокселі класу  $\omega_2$  відповідають чітко спостережуваним внутрішнім кордонам («палаюче ядро») процесу поширення вогню, вокселі класу  $\omega_3$  відповідають «хмарі диму», тобто областям навколо фронту пожежі, охопленим димом, що маскує «поверхню» фронту пожежі та перешкоджає його впевненому розпізнаванню, а вокселі класу  $\omega_6$  відповідають ділянкам, які з різних причин погано спостережуються або щодо яких є сумніви через неточність, суперечливість або несумісність спостережень з різних позицій.

Вокселі класів  $\omega_4$  і  $\omega_5$  – це чітко видимі зовнішні межі процесу поширення вогню. Всі розмиті, невизначені або недостатньо визначені ділянки, які динамічно змінюються внаслідок впливу вітра, диму та інших факторів, лежать між чітко спостережуваними внутрішніми та зовнішніми межами процесу поширення вогню. Під час реконструкції всі вокселі, стан яких не можна чітко та достовірно визначити в діапазоні  $\omega_2 - \omega_6$ , ідентифікуються як «вільні від вогню» ( $\omega_1$ ), а всі вокселі, які з різних причин не можуть спостерігатися сенсорами, залишаються у стані «невідомо» ( $\omega_7$ ).

### 4. Процес реконструкції

Нехай U – множина БПЛА, які спільно спостерігають місцевість, де розвивається динамічний процес ЛП. Припустимо, що кожен БПЛА  $U_j \in U$  розташований у певній позі. Нехай T – лінійна впорядкована шкала часу така, що  $t_{m+1} > t_m$ . Нехай I – просторова модель місцевості, що розглядається, представлена ієрархічною структурою октодерева, де вокселі позначено як  $g_{lqi}$ , де l – рівень вокселя  $g_{lqi}$  в ієрархії I, q – з'єднання з вокселем рівня l+1, та i – номер вокселя у вокселі вищого рівня (від 1 до 8).

Нехай  $\tilde{\gamma}_{lqijki}$  – ступінь приналежності, до якої lqi-й воксель належить нечіткій множині  $\tilde{\varphi}_i$  вокселів, що перебувають у стані  $\omega_k$  з точки зору  $U_j \in U$  на даний момент  $t \in T$ .

Таким чином, нечіткий стан  $\overline{g}_{lqijt}$  вокселя  $g_{lqi}$ , що спостерігається з БПЛА  $U_j$  в даний момент t, подається вектором

$$\overline{g}_{lqijt} = \left( \left\langle \tilde{\gamma}_{lqij1t}, \omega_1 \right\rangle, \dots \left\langle \tilde{\gamma}_{lqij7t}, \omega_7 \right\rangle \right)$$

де  $g_{lqi}$  і  $\tilde{\gamma}_{lqijkt}$  визначені вище, а  $\omega_1, ..., \omega_7 \in \Omega$  – стани, визначені в табл. 1.

Оскільки метою багаторакурсного спостереження є одночасне захоплення зображень цільових ділянок (одних і тих самих) з різних позицій, декілька БПЛА одночасно спостерігають за розвитком процесу по-різному з різних точок зору. Певні ділянки місцевості краще видно одному БПЛА, але інші бачать гірше, тому

перший має більше впевненості в тому, що спостерігає, ніж інші. Крім того, їх інформація може бути суперечливою, точність і повнота спостереження також може бути різною. Враховуючи той факт, що БПЛА найчастіше рухаються під час спостереження, інформація, як правило, є динамічною, тому достовірність і точність спостереження може підвищуватися в одних точках і знижуватися в інших. Вочевидь, потрібен розумний спосіб об'єднати непевні спостереження одного вокселя з різних точок зору, і уточнювати їх, надалі продовжуючи спостереження. Для об'єднання спостережень від різних спостерігачів U1,...U, можна використовувати багатозначну мультинечітку множину [23].

Об'єднання інформації від спостерігачів  $\{U_i...U_n\} \in U$  за допомогою мультинечіткої множини, що визначає нечіткий стан вокселя  $g_{ii}$ , виконується наступним чином:

$$\tilde{\bar{g}}_{jt} = \left( \left\langle \omega_{1j}, \left( \tilde{\gamma}_{1ijt}, \tilde{\gamma}_{1njt} \right) \right\rangle, \dots \left\langle \omega_{7j}, \left( \tilde{\gamma}_{7ijt}, \tilde{\gamma}_{7njt} \right) \right\rangle \right). \tag{1}$$

Тобто, багатозначний нечіткий стан  $\overline{g}_{lait}$  вокселя  $g_{lai}$  з позицій різних БПЛА  $U_1, ... U_n$  в момент t можна представити як

$$\widetilde{\overline{g}}_{lqit} = \begin{pmatrix} \left\langle \omega_{1}, \left( \widetilde{\gamma}_{lqi11t}, \dots \widetilde{\gamma}_{lqin1t} \right) \right\rangle, \dots \\ \left\langle \omega_{7}, \left( \widetilde{\gamma}_{lqi17t}, \dots \widetilde{\gamma}_{lqin7t} \right) \right\rangle \end{pmatrix}.$$
(2)

Існує 7-елементний масив класів  $\omega_i$ , кожен з яких визначається відповідною нечіткою множиною вокселів  $\tilde{\varphi}_i$  і поданий масивом з *n* ступенями приналежності до цієї множини з n різних спостерігачів. Усі ці ступені приналежності лежать на інтервалі між їх мінімальним і максимальним значеннями., які можуть бути відповідно звужені під час безперервних спостережень. Таким чином, (2) можна перетворити на:

$$\widetilde{g}_{lqit} = \begin{pmatrix} \left\langle \omega_{l}, \left[ \min\left(\widetilde{\gamma}_{lqi1l_{t}}, ... \widetilde{\gamma}_{lqin1t}\right), \right] \right\rangle, \\ \max\left(\widetilde{\gamma}_{lqi1l_{t}}, ... \widetilde{\gamma}_{lqin1t}\right) \right] \right\rangle, \\ ... \left\langle \omega_{\gamma}, \left[ \min\left(\widetilde{\gamma}_{lqi17t}, ... \widetilde{\gamma}_{lqin7t}\right), \right] \right\rangle \\ \max\left(\widetilde{\gamma}_{lqi17t}, ... \widetilde{\gamma}_{lqin7t}\right) \right] \right\rangle \end{pmatrix}$$
(3)

без втрати точності.

Припустимо  $\beta_{l_{qikt}}^- = \min_{j=1..n} (\tilde{\gamma}_{l_{qijkt}})$  і  $\beta_{l_{qikt}}^+ = \max_{j=1..n} (\tilde{\gamma}_{l_{qijkt}})$ , k = [1,7]. Вищезазначені інтервали можна далі визначити як

$$\boldsymbol{\beta}_{lqikt}^{\pm} = \left[\boldsymbol{\beta}_{lqikt}^{-}, \boldsymbol{\beta}_{lqikt}^{+}\right]. \tag{4}$$

Таке визначення точно відповідає сірим числам [20]. Враховуючи цей факт, ми можемо визначити сірий нечіткий стан вокселя  $g_{lai}$  на момент t на основі (3) і (4) як:

$$\hat{\tilde{g}}_{lqi} = \left( \left\langle \omega_k, \beta_{lqikt}^{\pm} \right\rangle_{k=1}^7 \right)$$
(5)

Нехай > – відношення часткового порядку (переваги), індуковане на множині можливих станів  $\Omega$  вокселів, таких що  $\omega_1 \succ \omega_2 \succ \omega_3 \succ \omega_4 \succ \omega_5 \succ \omega_6 \succ \omega_7$ . Це співвідношення дозволяє визначити клас і вокселя у випадку приблизної рівності деяких ступенів приналежності шляхом вибору найбільш довіреного з них:

$$\hat{\tilde{g}}_{lqit} = \left(\omega_z, \beta_{lqizt}^{\pm}\right) \text{ якщо } \omega_z \succ all \text{ other } \omega_k.$$
(6)

113

#### 5. Побудова моделі фронту пожежі

Нехай віртуальна структура  $I \in Універсум. Припустимо, <math>\Omega \in множина пара$ метрів. Нехай <math>Y – відображення  $\Omega$  у множину всіх можливих підмножин вокселів I. Пару  $(Y, \Omega)$  можна розглядати як м'яку множину вокселів  $\Upsilon$ , задану на I[19]. У цьому випадку м'яка множина  $\Upsilon = (Y, \Omega) \in$  сімейством певних підмножин ієрархічної множини вокселів I, параметризованим елементами множини  $\Omega$ , тобто конкретними станами вокселів. Отже,  $Y(\omega_k, t)$  розглядається як  $\omega_k$  -наближений елемент м'якої множини вокселів, що знаходяться в стані  $\omega_k \in \Omega$  в момент  $t \in T$ . Таким чином, Y – це динамічне відображення, і відповідна м'яка множина також є динамічною, тому вона може подавати динаміку спостережуваного процесу.

Розглянемо м'яку множину Y, що складається з 7 елементів, наступним чином:

$$\Upsilon = \left\{ \left( \omega_k, Y\left( \omega_k, t \right) \right) : \omega_k \in 2^{\Omega}, Y\left( \omega_k, t \right) \in 2^I \right\}_{k=1}^{I}.$$
(7)

Припустимо, сіре число  $\beta_{kl}^{\pm}$ , визначене як  $[\beta_{kl}^{-}, \beta_{kl}^{+}]$ , подає ступінь  $\hat{\gamma}_{kl}$  приналежності вокселя до  $\omega_k$ -наближеного елемента м'якої множини  $\Upsilon$ , тобто множини вокселів, що знаходяться в стані  $\omega_k \in \Omega$  в момент реконструкції процесу  $t \in T$ . У цьому випадку відображення  $\Omega$  у множину вокселів I має враховувати ступінь їх належності, тому елементи м'якої множини можна визначити як  $\hat{Y}(\omega_k, t, \hat{\gamma}_{kl}) \rightarrow ([0,1], [0,1])$ , тоді пара  $(\hat{Y}, \Omega)$  визначає м'яку сіру нечітку множину  $\hat{\Upsilon}$ .

Нехай  $(\tau_{1k}, \tau_{2k})$  – така пара, що  $\tau_{1k}, \tau_{2k} \in [0,1]$ ,  $\tau_{1k} \leq \tau_{2k}$ . Використовуючи ці числа як порогові значення, ми можемо розділити кожен елемент м'якої сірої нечіткої множини  $\hat{\Upsilon}$  на певні компоненти. По відношенню до  $\omega_k$  -елемента м'якої сірої нечіткої множини  $\hat{\Upsilon}$ , першим компонентом є нижня апроксимація  $\underline{\hat{Y}}_k(t) = Y(\omega_k, t, [\hat{\gamma}_{kt} \geq \tau_{2k}])$ , яка містить вокселі, які безумовно належать цьому елементу, друга є верхньою апроксимацією  $\underline{\hat{Y}}_k(t) = Y(\omega_k, t, [\hat{\gamma}_{kt} \geq \tau_{1k}])$ , яка містить вокселі, які, швидше за все, належать цьому елементу, такі, що  $\underline{\hat{Y}}_k(t) \subseteq \underline{\hat{Y}}_k(t)$ , різниця  $\underline{\hat{Y}}_k(t) = \underline{\hat{Y}}_k(t) - \underline{\hat{Y}}_k(t)$  між ними є невизначеною межею, яка містить сумнівні вокселі, і  $\underline{Y}_k(t) = Y(\omega_k, t, [\hat{\gamma}_{kt} \leq \tau_{1k}])$  є негативною областю, яка містить вокселі, які, швидше за все, не належать  $\omega_k$  -елементу.

Фронт пожежі F визначається за наступними припущеннями. Через динаміку ЛП та вплив вітру, рельєфу і широкого спектру спотворень, перешкод і шумів спостережувані стани вокселів є динамічними та принципово невизначеними. Отже, реконструкція фронту пожежі може бути виконана шляхом розподілу вокселів за наступними компонентами.

Переконлива складова  $F^+$  є стабільним ядром фронту пожежі, визначеним нижнім наближенням  $\omega_2$ -елемента  $\underline{\hat{Y}}_2(t)$  з  $\hat{\gamma}$ ,  $F^+(t) = \underline{\hat{\Upsilon}}_2(t)$ .

Негативна складова  $F^-$  містить вокселі, які мають бути впевнено виключені з фронту пожежі, і визначається як об'єднання нижніх наближень всіх  $\omega_1$  -,  $\omega_4$  -,  $\omega_5$  -  $\omega_6$  - і  $\omega_7$  -елементів  $\hat{\Upsilon}$ ,  $F^-(t) = \hat{\underline{Y}}_1(t) \cup \hat{\underline{Y}}_4(t) \cup \hat{\underline{Y}}_5(t) \cup \hat{\underline{Y}}_6(t) \cup \hat{\underline{Y}}_7(t)$ .

 $\omega_5 - \omega_6 - i \omega_7$  -елементів  $\hat{\Upsilon}$ ,  $F^-(t) = \underline{\hat{Y}}_1(t) \cup \underline{\hat{Y}}_4(t) \cup \underline{\hat{Y}}_5(t) \cup \underline{\hat{Y}}_6(t) \cup \underline{\hat{Y}}_7(t)$ . Щоб скоротити обчислення,  $\omega_1 - i \omega_7$  -елементи можна не апроксимувати, тоді  $F^-(t) = \hat{Y}_1(t) \cup \underline{\hat{Y}}_4(t) \cup \underline{\hat{Y}}_5(t) \cup \underline{\hat{Y}}_6(t) \cup \overline{\hat{Y}}_7(t)$ . Якщо необхідно, такі самі спрощення можуть застосовуватися до елементів  $\omega_4$ - і  $\omega_5$ -, крім того, елементи  $\omega_1$ - і  $\omega_7$ - можуть навіть не бути «сірими». У цьому випадку  $F^-(t) = Y_1(t) \cup \hat{Y}_4(t) \cup \hat{Y}_5(t) \cup \hat{Y}_6(t) \cup Y_7(t)$ .

Невизначений компонент  $F^*$  є змінною складовою фронту пожежі, визначеною об'єднанням нечітких меж  $\omega_2$  - і  $\omega_4$  -елементів та нижнього наближення  $\omega_3$  -елемента,  $F^*(t) = \hat{Y}_2(t) \cup \hat{Y}_3(t) \cup \hat{Y}_4(t)$ .  $\hat{\gamma}$ 

Підозрілий компонент  $F^{2}$  фронту пожежі визначається нечіткими межами  $\omega_3$ -,  $\omega_5$ -,  $\omega_6$ -,  $\omega_7$ - елементів та, можливо,  $\omega_1$ - елементом  $\hat{\Upsilon}$ ,  $F^{-} = \hat{Y}_1(t) \cup \hat{Y}_3(t) \cup \hat{Y}_5(t) \cup \hat{Y}_6(t) \cup \hat{Y}_7(t)$ .

Отже, м'яка сіра нечітка модель фронту пожежі  $\widehat{F}$  може бути визначена як

$$\overline{F} = F^+ \cup F^* \cup F^- \cup F^-. \tag{8}$$

#### 6. Реалізація

Запропонований метод експериментально реалізовано з використанням бібліотек Visual C++, OctoMap framework, ConvNet та FANN. Прототип програмного забезпечення протестовано в мережі ПК (Pentium i7-10700 2.9 GHz, 32 Gb RAM, 512 Gb SSD).

Результати комп'ютерного моделювання показують, що запропонований метод дозволяє змоделювати фронт пожежі під час багаторакурсного дистанційного зондування декількома БПЛА, відображаючи його стабільне ядро (полум'я) червоними кольорами, змінну складову – помаранчевими відтінками, дим – рожевими кольорами, невизначені компоненти – жовтим, а негативну складову у відтінках синього. На рис. 5 зображено візуалізацію фронту пожежі.



Рис. 5. Візуалізація фронту лісової пожежі

В ході експерименту оцінювали точність і швидкість побудови моделі. На рис. 6 показано точність реконструкції в залежності від кількості спостерігачів (БПЛА) і масштабу моделі місцевості, представленої середнім розміром найменших вокселів. На рис. 7 наведено середній час відновлення фронту пожежі в залежності від тих же параметрів.

На підставі результатів експерименту ми дійшли висновку, що запропонований метод об'ємної реконструкції фронту пожежі забезпечує достатню довіру до особи, яка приймає рішення, і достатню продуктивність для задоволення вимог динамічної реконструкції процесу в реальному часі.



Рис. 6. Оцінка точності побудови моделі



Рис. 7. Оцінка часу побудови моделі

Висновки. У статті представлено новий метод побудови м'якої сірої нечіткої моделі швидкоплинного руйнівного процесу за допомогою дистанційного зондування групою безпілотних літальних апаратів на прикладі лісової пожежі. Запропонований підхід дозволяє отримати тривимірну просторово-часову модель розповсюдження фронту вогню, рух якого відображає динаміку процесу. Для подолання невизначеності спостережень, викликаної впливом вітру, диму, турбулентності та вібраціями, перешкодами, викривленнями та спотвореннями побудовано комплексну модель невизначеності, засновану на спільному застосуванні нечітких і м'яких множин та «сірих» чисел. Для організації дистанційного зондування групою безпілотних апаратів розроблено просторову модель, засновану на ієрархічній структурі вокселів, що подають ділянки тривимірного простору для співставлення зображень з різних позицій, та рекурсивній моделі октодерева, що дозволяє вирішити протиріччя між точністю спостережень і швидкістю побудови моделі.

Визначено множину можливих станів вокселів, запропоновано їх класифікацію, розроблено метод обчислення тривимірного вектору спостереження, поданого масивом векторів впевненості, за допомогою яких визначають сірий нечіткий стан вокселів, що дозволяє поєднувати спостереження від різних спостерігачів та послідовно їх уточнювати.

Розвиток швидкоплинного руйнівного процесу подано м'якою сірою нечіткою множиною вокселів, які відносять до певного стану в певний момент, що дозволяє визначити переконливий, невизначений, підозрілий та негативний компоненти моделі процесу, при цьому переконливий компонент подає стабільне ядро фронту вогню, невизначений компонент — його змінну, викликану невизначеністю спостережень, негативний компонент — простір, не задіяний у розвитку процесу. За допомогою підозрілого компоненту моделюється неповнота спостережень.

Запропонований метод дозволяє відтворювати швидкоплинні просторово-розподілені руйнівні процеси різних класів, згладжуючи ефекти спотворень і шумів та забезпечуючи прийнятну продуктивність. Він враховує динаміку поширення фронту пожежі та забезпечує правильну візуальну картину тривимірної моделі лісової пожежі. Запропоновані в статті рішення прискорюють процес побудови моделі фронту пожежі та підвищують якість візуалізації для особи, що приймає рішення, дозволяючи зосередитися на стабільному ядрі процесу та зменшити вплив спотворень та перешкод.

# СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ:

1. Shen, G., Zhou, L., Wu, Y., Cai, Z.: A global expected risk analysis of fatalities, injuries, and damages by natural disasters. *Sustainability*, 2018, vol. 10(7), p. 2573.

2. Newman, J., Maier, H., Riddell, G., Zecchin, A., Daniell, J., Schaefer, A., van Delden, H., Khazai, B., O'Flaherty, M., Newland, C.: Review of literature on decision support systems for natural hazard risk reduction: current status and future directions. *Env. modeling & software*, 2017, vol. 96(C), pp. 378–409.

3. Yuan, C., Liu, Z., Zhang, Y.: Aerial images-based forest fire detection for firefighting using optical remote sensing techniques and unmanned aerial vehicles. *J. Intel. & Robotic Syst.*, 2017, vol. 88, pp. 635–654.

4. Merino, L., Martínez de Dios, J., Öllero, A.: Cooperative Unmanned Aerial Systems for Fire Detection, Monitoring, and Extinguishing. In: Valavanis K., Vachtsevanos G. (eds). *Handbook of Unmanned Aerial Vehicles*, 2015, pp. 2693–2722.

5. Sherstjuk, V., Zharikova, M., Dorovskaja, I., Sheketa, V.: Assessing Forest Fire Dynamics in UAV-Based Tactical Monitoring System. *Advances in Intelligent Systems and Computing*, 2020, vol. 1246, pp. 285–301.

6. Sherstjuk, V., Zharikova, M., Dorovskaja, I.: 3D Fire Front Reconstruction in UAV-Based Forest-Fire Monitoring System. In: Proc. of IEEE Third International Conference on Data Stream Mining & Processing (DSMP), 2020, pp. 243–248.

7. Andrews, P.L.: The Rothermel surface fire spread model and associated developments: A comprehensive explanation. Gen. Tech. Rep. RMRS-GTR-371. Fort Collins, CO: U.S. Department of Agriculture, Forest Service, Rocky Mountain Research Station. 2018, 121 p.

8. Sherstjuk, V., Zharikova, M.: Evaluation of Fire Intensity Based on Neural Networks in a Forest-Fire Monitoring System. In: Proc. of IEEE 39th Int. Conf. on Electronics and Nanotechnology (ELNANO'2019), Kyiv, Ukraine, 2019, pp. 802–807.

9. Sherstjuk, V., Zharikova, M.: Fire-Front Recognition in UAV-Based Forest-Fire Monitoring System Using Fuzzy Rough Soft Sets. In: Proc. of IEEE 2nd Ukraine Conf. on Electrical and Computer Engineering (UKRCON), Lviv, Ukraine, 2019, pp. 1091–1096.

10. Mendez, O., Hadfield, S., Pugeault, N., Bowden, R.: Taking the Scenic Route to 3D: Optimising Reconstruction from Moving Cameras. In: 2017 IEEE Int. Conf. on Computer Vision (ICCV), Venice, 2017, pp. 4687–4695.

11. Scott, W.R., Roth, G., Rivest, J.-F.: View planning for automated threedimensional object reconstruction and inspection. *ACM Computing Surveys*, 2003, vol. 35(1), pp. 64–96.

12. Galliani, S., Lasinger, K., Schindler, K.: Massively Parallel Multiview Stereopsis by Surface Normal Diffusion. In: IEEE Int. Conf. on Computer Vision (ICCV), Santiago, 2015, pp. 873–881.

13. Isler, S., Sabzevari, R., Delmerico, J., Scaramuzza, D.: An information gain formulation for active volumetric 3D reconstruction. In: IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation (ICRA), Stockholm, 2016, pp. 3477–3484.

14. Vasquez-Gomez, J., Sucar, L., Murrieta-Cid, R., Lopez-Damian, E.: Volumetric Next-Best-View Planning for 3D Object Reconstruction with Positioning Error. *Int. J. of Advanced Robotic Syst.*, 2014, vol. 11(10), pp. 1–13.

15. Sherstjuk, V., Zharikova, M., Dorovskaja, I., Chornyi, D., Gusev, V., Sokol, I.: 3D Fire Front Reconstruction Based on Multi-View Observation and Complex Uncertainty Model. Advanced Computer Information Technologies: Proc. of 11th Int. Conf., Deggendorf, Germany, 2021, pp. 761–765.

16. Alon, N., Spencer, J.: The Probabilistic Method. 2016. Wiley, New York, 4th. ed.

17. Zadeh, L.A.: Fuzzy sets. Information and Control, 1965, vol. 8(3), pp. 338–353.

18. Pawlak, Z.: Rough sets. Int. J. of Computer & Information Sciences, 1982, vol. 11(5), pp. 341–356.

19. Molodtsov, D.: Soft Set Theory – first results. *Comput. and Math. with Appl.*, 1999, 37, 19–31.

20. Liu, S., Lin, Y.: Grey Numbers and Their Operations. In: Grey Information. *Advanced Information and Knowledge Processing*, 2006, pp. 23–43.

21. Yamaguchi, D., Li, G.-D., Chen, L.-C., Nagai, M.: Reviewing crisp, fuzzy, grey and rough mathematical models. In: Proc. of IEEE Int. Conf. on Grey Systems and Intelligent Services, 2007, Nanjing, China, pp. 547–552.

22. Hornung, A., Wurm, K., Bennewitz, M., Stachniss, C., Burgard, W.: Octomap: An efficient probabilistic 3d mapping framework based on octrees. *Autonomous Robots*, 2013, vol. 34(3), pp. 189–206.

23. Qian, G., Wang, H., Feng, X.: Generalized hesitant fuzzy sets and their application in decision support system. *Knowledge-Based Syst.*, 2013, vol. 37, pp. 357–365.

#### **REFERENCES:**

1. Shen, G., Zhou, L., Wu, Y., Cai, Z. (2018) A global expected risk analysis of fatalities, injuries, and damages by natural disasters. *Sustainability*, vol. 10(7), p. 2573. DOI: 10.3390/su10072573

2. Newman, J., Maier, H., Riddell, G., Zecchin, A., Daniell, J., Schaefer, A., van Delden, H., Khazai, B., O'Flaherty, M., Newland, C. (2017) Review of literature on decision support systems for natural hazard risk reduction: current status and future directions. *Env. modeling & software*, vol. 96(C), pp. 378–409. DOI: 10.1016/j.envsoft.2017.06.042

3. Yuan, C., Liu, Z., Zhang, Y. (2017) Aerial images-based forest fire detection for firefighting using optical remote sensing techniques and unmanned aerial vehicles. *J. Intel. & Robotic Syst.*, vol. 88, pp. 635–654. DOI: 10.1007/s10846-016-0464-7

4. Merino, L., Martínez de Dios, J., Ollero, A. (2015) Cooperative Unmanned Aerial Systems for Fire Detection, Monitoring, and Extinguishing. In: Valavanis K., Vachtsevanos G. (eds). *Handbook of Unmanned Aerial Vehicles*, pp. 2693–2722. DOI: 10.1007/978-90-481-9707-1\_74

5. Sherstjuk, V., Zharikova, M., Dorovskaja, I., Sheketa, V. (2020) Assessing Forest Fire Dynamics in UAV-Based Tactical Monitoring System. In: Babichev, S., Lytvynenko, V., Wojcik, W., Vyshemyrskaya, S. (eds) *Advances in Intelligent Systems and Computing*, vol. 1246, pp. 285–301. DOI: 10.1007/978-3-030-54215-3\_18

6. Sherstjuk, V., Zharikova, M., Dorovskaja, I. (2020) 3D Fire Front Reconstruction in UAV-Based Forest-Fire Monitoring System. In: Proc. of IEEE Third International

Conference on Data Stream Mining & Processing (DSMP), pp. 243–248. DOI: 10.1109/ DSMP47368.2020.9204196

7. Andrews, P.L., (2018) The Rothermel surface fire spread model and associated developments: A comprehensive explanation. Gen. Tech. Rep. RMRS-GTR-371. Fort Collins, CO: U.S. Department of Agriculture, Forest Service, Rocky Mountain Research Station. 121 p. DOI: 10.2737/RMRS-GTR-371

8. Sherstjuk, V., Zharikova, M. (2019) Evaluation of Fire Intensity Based on Neural Networks in a Forest-Fire Monitoring System. In: Proc. of IEEE 39th Int. Conf. on Electronics and Nanotechnology (ELNANO'2019), Kyiv, Ukraine, pp. 802–807. DOI: 10.1109/ELNANO.2019.8783410

9. Sherstjuk, V., Zharikova, M. (2019) Fire-Front Recognition in UAV-Based Forest-Fire Monitoring System Using Fuzzy Rough Soft Sets.: Proc. of IEEE 2nd Ukraine Conf. on Electrical and Computer Engineering (UKRCON), Lviv, Ukraine, pp. 1091–1096. DOI: 10.1109/UKRCON.2019.8879829

10. Mendez, O., Hadfield, S., Pugeault, N., Bowden, R. (2017) Taking the Scenic Route to 3D: Optimising Reconstruction from Moving Cameras. In: IEEE Int. Conf. on Computer Vision (ICCV), Venice, pp. 4687–4695. DOI: 10.1109/ICCV.2017.501

11. Scott, W.R., Roth, G., Rivest, J.-F. (2003) View planning for automated threedimensional object reconstruction and inspection. *ACM Computing Surveys*, vol. 35(1), pp. 64–96. DOI: 10.1145/641865.641868

12. Galliani, S., Lasinger, K., Schindler, K. (2015) Massively Parallel Multiview Stereopsis by Surface Normal Diffusion. In: IEEE Int. Conf. on Computer Vision (ICCV), Santiago, pp. 873–881. DOI: 10.1109/ICCV.2015.106

13. Isler, S., Sabzevari, R., Delmerico, J., Scaramuzza, D. (2016) An information gain formulation for active volumetric 3D reconstruction. In: IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation (ICRA), Stockholm, pp. 3477–3484. DOI: 10.1109/ICRA.2016.7487527

14. Vasquez-Gomez, J., Sucar, L., Murrieta-Cid, R., Lopez-Damian, E. (2014) Volumetric Next-Best-View Planning for 3D Object Reconstruction with Positioning Error. *Int. J. of Advanced Robotic Syst.*, vol. 11(10), pp. 1–13. DOI: 10.5772/58759

15. Sherstjuk, V., Zharikova, M., Dorovskaja, I., Chornyi, D., Gusev, V., Sokol, I. (2021) 3D Fire Front Reconstruction Based on Multi-View Observation and Complex Uncertainty Model. Advanced Computer Information Technologies: Proc. of 11th Int. Conf., Deggendorf, Germany, pp. 761-765. DOI: 10.1109/ACIT52158.2021.9548517

16. Alon, N., Spencer, J. (2016) The Probabilistic Method. Wiley, New York, 4th. ed.

17. Zadeh, L.A. (1965) Fuzzy sets. *Information and Control*, vol. 8(3), pp. 338–353. DOI: 10.1016/S0019-9958(65)90241-X

18. Pawlak, Z. (1982) Rough sets. Int. J. of Computer & Information Sciences, vol. 11(5), pp. 341–356. DOI: 10.1007/BF01001956

19. Molodtsov, D. (1999) Soft Set Theory – first results. *Comput. and Math. with Appl.*, vol. 37, pp. 19–31. DOI: 10.1016/S0898-1221(99)00056-5

20. Liu, S., Lin, Y. (2006) Grey Numbers and Their Operations. In: Grey Information. *Advanced Information and Knowledge Processing*, pp. 23–43. DOI: 10.1007/1-84628-342-6 2

21. Yamaguchi, D., Li, G.-D., Chen, L.-C., Nagai, M. (2007) Reviewing crisp, fuzzy, grey and rough mathematical models. In: Proc. of IEEE Int. Conf. on Grey Systems and Intelligent Services, Nanjing, China, pp. 547–552. DOI: 10.1109/GSIS.2007.4443334

22. Hornung, A., Wurm, K., Bennewitz, M., Stachniss, C., Burgard, W. (2013) Octomap: An efficient probabilistic 3D mapping framework based on octrees. *Autonomous Robots*, vol. 34(3), pp. 189–206. DOI: 10.1007/s10514-012-9321-0

23. Qian, G., Wang, H., Feng, X. (2013) Generalized hesitant fuzzy sets and their application in decision support system. *Knowledge-Based Syst.*, vol. 37, pp. 357–365. DOI: 10.1016/j.knosys.2012.08.019