УДК 514.181.22
DOI https://doi.org/10.32851/tnv-tech.2021.1.8

ДЕЯКІ ГЕОМЕТРИЧНІ ОСНОВИ КОНСТРУЮВАННЯ КРИВИХ ПОВЕРХОНЬ В АРХІТЕКТУРІ

Петрова А.Т. *– кандидат технічних наук, доцент кафедри будівництва Херсонського державного аграрно-економічного університету*
ORCID ID: 0000-0003-1482-2868

У статті представлено методи прикладної математики, а саме прикладної геометрії, які застосовуються в процесі проектування складних інженерно-технічних форм в інженерії та в будівництві при архітектурному проектуванні складних кривих поверхонь. В усі часи архітектори, художники та проектувальники намагались зробити свої архітектурні, художні та будівельні витвори не тільки технологічними та міцними, а ще й художньо-естетичними та візуально – вразливими.

З цієї причини архітектори та художники з глибокої давнини почали використовувати геометричні криві лінії, розташовані на площині та просторові, вивчення деяких з них та їх побудова графічними креслярськими методами була відома ще до виникнення аналітичних методів в математиці. З'ясувалось, що найбільш вивченими та найпростішими в аналітичному вираженні являються криві лінії другого порядку.

Всі криві лінії другого порядку являються перерізами повної кругової конічної поверхні площинами, розташованими під різними кутами до кругової основи конуса. В наш час в архітектурному проектуванні можуть застосовуватись також привабливі криві лінії більш високих порядків.

Ключові слова *архітектура, проектування ,прикладна геометрія, крива другого порядку, крива поверхня, поверхня другого порядку, конструювання, формоутворення, будівництво, моделювання.*

Petrova A.T. Some geometric fundamentals of construction of curved surfaces in architecture

The article presents the methods of the applied mathematics are presented in the article, namely the applied geometry, that are used in the process of planning of difficult technical forms in engineering and in building at the architectural planning of the difficult crooked surface. In all times architects and designers tried to do the building creations not only technological and strong, and impression vulnerable.

On this account architects on this account architects from a deep remoteness began to use the vulnerable geometrical crooked lines. It turned out that most studied and simplest there are the curve lines of the second order in analytical expression. All crooked lines of the second order are the cuts of complete circular conical surface by the planes located under different corners to circular basis of cone. The attractive lines of higher orders can be used in the architectural planning also. Keywords are architecture, planning, the applied geometry, curve of the second order, crooked surface, and surface of the second order.

On this account architects and artists from a deep remoteness began to use the geometrical curve lines studies of that and their construction by graphic drawing methods was known yet to the origin of analytical methods in mathematics. It turned out that most studied and simplest there are the crooked lines of the second order in analytical expression. All crooked lines of the second order are the cuts of complete circular conical surface by the planes located under different corners to circular basis of cone. In our time the attractive lines of higher orders can be used in the architectural planning also.

Key words: *architecture, planning, applied geometry, curve lines, crooked surface, building, constructing, mathematician, impression.*

«Прошли века, но роль геометрии не изменилась, она
по-прежнему остается грамматикой архитектора»
Ле Карбюзье

Постановка проблеми. Вигляд кожного міста створюють архітектурні споруди, які можуть складатися з окремих деталей, кожна із яких будується на базі певних геометричних фігур та їх різноманітної комбінації. Геометрія в широкому значенню цього терміна дає можливість знаходити раціональні та естетичні просторові відношення розмірів та форми споруд, тому являється фундаментом архітектури. В усі часи архітектори та художники намагались зробити свої архітектурні витвори більш виразними, надати їм пишності, помпезності, або навпаки, надати будівлям відчуття легкості та повітряності. Ця проблема актуальна в будівництві та архітектурі і в наші дні.

Однією з галузей прикладної математики являється прикладна геометрія поверхонь, яка охоплює широке коло проблем, пов'язаних з удосконаленням способів та методів конструювання складних поверхонь, в тому числі кривих поверхонь, які застосовуються в архітектурі будівель та споруд. Криві поверхні влучно використовуються в будівництві та архітектурі різних споруд з давніх часів до наших днів.

Викладання основного матеріалу дослідження. Значення такого спрямування прикладної геометрії обумовлено зростаючими вимогами до проектування складних поверхонь в промисловості, будівництві та архітектурі. Зростання якості виробів промисловості та естетично привабливого вигляду будівельних споруд пов'язано з безперервним удосконаленням методів їх проектування та технології виготовлення на виробництві. Сучасне моделювання, проектування, та інженерний розрахунок архітектурних об'єктів та складних інженерно-технічних форм ведеться методами передових сучасних інформаційних технологій та комп'ютерними методами розрахунку міцності з урахуванням максимальної кількості технічних, експлуатаційних, технологічних, естетичних, екологічних, візуальних та інших наперед заданих чинників [1].

Застосування математичних можливостей сучасного комп'ютерного програмного забезпечення значно розширює коло інженерних задач, пов'язаних з моделюванням та аналітичним завданням складних поверхонь, особливо кривих поверхонь в архітектурі та будівництві, їх конструювання графоаналітичними методами [2].

В сучасній практиці архітектурного проектування велике значення мають способи та методи конструювання кривих поверхонь аналітичними та креслярськими засобами при застосуванні кривих ліній другого порядку в якості основних формоутворюючих елементів споруди.

До числа геометричних поверхонь, багатих за естетичною формою і порівняно нескладних за способами побудови графоаналітичними методами відносяться алгебраїчні поверхні 2, 3 та 4-го порядку. Такі поверхні аналітично описуються порівняно нескладними рівняннями в декартовій системі координат. Криві поверхні другого порядку, а саме циліндр, конус та сфера відомі математикам, художникам, та архітекторам дуже давно завдяки геометрам [3]. Застосування цих кривих при моделюванні в архітектурі сучасними геометричними методами являє собою потужний спосіб надати архітектурним об'єктам виразних та яскравих акцентів.

Серед кривих ліній 3-го порядку, які використовуються при архітектурному проєктуванні, найбільш привабливими являються циссоїда Діоклеса, верзьєра, декартів лист, парабола Нейля, 4-го порядку – конхоїда Нікомеда, 6-го порядку – овал Мюнгера та деякі інші. Всі зазначені криві широко використовують в якості утворюючої лінії при конструюванні поверхонь каркасно – кінематичним способом, тобто при переміщенні кривої по направляючій лінії. Особливо це стосується формоутворення оболонок, від форми яких залежить характер їх роботи, інженерні розрахунки, умови будівництва, естетичний вигляд та багато інших критеріїв.

Криві поверхні другого порядку достатньо широко вивчені та використовуються в практиці архітектурного проектування. Геометричне формоутворення, яким займається прикладна геометрія кривих ліній і поверхонь, використовує значний запас вже вивчених форм, а ще більше має перспективу утворення нових візуально вражаючих форм. В умовах архітектурного проектування спеціалісти прикладної геометрії дають в доступній формі «граматику» конструювання складних архітектурних поверхонь, наприклад, оболонок двоякої кривизни, складчастості, волнистості або іншої яскравої естетичності.

Крім візуального естетичного враження архітектурні витвори на основі кривих поверхонь обов'язково повинні задовольняти наперед заданим умовам, які задають інженери-фахівці з розрахунку міцності, освітлення, акустики, опалення, технології виготовлення, будівельних матеріалів та багато інших.

Серед великої кількості художньо-естетичних кривих поверхонь частіше всього в архітектурному проектуванні розглядаються алгебраїчні криві лінії та криві поверхні, які застосовуються при проектуються для різних варіантах геометричної форми плану споруди, з конкретним граничним контуром, з естетично привабливим виглядом з різних точок зору, з якісними світлотіньовими характеристиками.

Крива лінія другого порядку, розташована на горизонтальній площині в межах ортогональної (прямокутної), декартової координатної системи, в загальному випадку має такий вигляд аналітичного рівняння:

$$Ax^2 +2Bxy+Cy^2+2Dx+2Ey^2+F=0, \tag{1}$$

де x, y – координати точок кривої лінії на горизонтальній площині, в декартовій прямокутній системі координат,

A, B, C, D, E, F – шість постійних коефіцієнтів її рівняння.

Якщо всі коефіцієнти рівняння (1) пропорційно збільшити, або зменшити, то крива лінія не зміниться, це означає, що незалежних коефіцієнтів буде лише п'ять, тому положення кривої лінії другого порядку визначається п'ятьма геометричними параметрами. Параметрами, які графічно задають криву, можуть бути: п'ять точок, які не належать одній прямій, п'ять дотичних прямих, або інше сполучення точок та дотичних прямих, кількість яких в сумі дорівнює п'яти.

Наприклад: п'ять точок на площині, три з яких не належать одній прямій, однозначно визначають єдину криву лінію 2-го порядку. Щоб написати її рівняння, тобто знайти коефіцієнти A, B, C, D, E треба в рівняння (1) підставити значення координат п'яти заданих точок. Отримаємо п'ять лінійних рівнянь, вирішив які, знайдемо значення п'яти невідомих коефіцієнтів при значенні коефіцієнта $F=1$.

Криві лінії 2-го порядку можна побудувати графічними креслярськими методами, якщо зробити перерізи прямої кругової повної конічної поверхні площинами, розташованими під різними кутами до кругової основи конічної поверхні. Це, так звані, конічні перерізи, які були попередньо вивчені та описані ще до н.е. в трактаті «Конічні перерізи» (Tractatus de Seclionibus conicis), Аполлоном Пергським.

Теорія конічних перерізів багаторазово доповнювались новими математичними дослідженнями багатьох відомих вчених математиків та фізиків на протязі всього періоду розвитку математики.

Якщо січна площина не проходить через вершину конуса, то в перерізі отримаємо криві лінії – коло, еліпс, параболу та гіперболу. Розглянемо методику графічної побудови еліпса за даними параметрами, використовуючи методи проективної геометрії [4].

На площині задаються координати трьох точок, A, B, C, які не належать одній прямій, та дві дотичні до еліпса лінії під заданим кутом α (рис. 1) Графічний алгоритм побудови еліпса, дискретно по точкам, використовує методику перспективної відповідності пучком прямих з центром в конкретній точці *P.* З центрами в точках *A, C* задаємо два проективних пучка прямих.

Прямі лінії обох проективних пучків прямих перетинаються іншим пучком прямих з центром в точці *P* у відповідних точках *F*, які і являються проміжними дискретними точками конкретного еліпса.

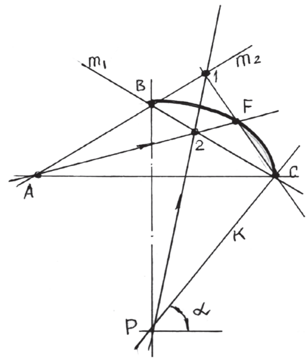

Рис. 1. Графічний алгоритм побудови точок еліпса

Представлений алгоритм легко програмується для знаходження необхідної та достатньої кількості точок контура еліпса з заданим шагом, який вираховується з технологічних умов та умов розрахунку на міцність оболонки.

Висновки. Прикладна геометрія поверхонь як окрема галузь математики розраховує потужними методами і способами конструювання та моделювання складних інженерно-технічних форм та архітектурних споруд і будівель.

Завдяки геометричним графо-аналітичним методикам формоутворення складних каркасно-кінематичних поверхонь за участю геометрії різноманітних кривих ліній, архітектори мають великі можливості математичного моделювання та реального проектування будівель та споруд не тільки візуально привабливих і художньо вразливих, а й високотехнологічних та відповідаючих всім необхідним інженерним умовам.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ:

1. Ванін В.В., Вірченко Г.А. Визначення та основні положення структурно-параметричного геометричного моделювання. *Геометричне та комп'ютерне моделювання.* Харків: ХДУХТ, 2009. Вип. 23. С. 42-48.
2. Михайленко В.Є., Обухова В.С., Подгорний А.Л. Формообразование оболочек в архитектуре. Київ, 1972. Вид-во «Будівельник» https://www.twirpx.com/file/121.
3. Математика Х1Х века. Геометрия. Б.Л. Лаптев и др. «Наука» 1981.
4. Четверухин Н.Ф. Проективная геометрия. Москва, 1961.

REFERENCES:

1. Vanin V.V., Virthenco G.A. (2009) Geometrsthne ta komputerne modeluvanna. Harkiv: HDUHT Vup. 23. P. 42–48.
2. Mihailenko V.E., Obuhova V.S., Podgorny A.L. (1972). Formoobrazovanie obolothek v arhitekturi, Kiev, izd-vo "Budivelnik"
3. Matematika X1X veka. Geometria. (1981) D.L. Laptev i dr. "Nauka"
4. Thetveruhin N. F. Proektivna geometria. (1961), Moscow.